ثانوية بلحاج قاسم نورالدين – الشلف السنة الدراسية : 2012 -2013

المستوى : 3 ع ت المدة :3 ساعات و 30 د

اختبار الفصل الثالث في مادة الرياضيات

اختر موضوعا واحدا من بين الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول : (05 نقاط)

1 ـ نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ :

$U_0 = 0$ و $U_1 = 3$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $U_{n+2} = \frac{3}{2}U_{n+1} - \frac{1}{2}U_n$.

أ ـ احسب U_2 ، U_3 ، U_4 .

ب ـ برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + 3$.

جـ ـ في الورقة المرفقة (1)(ترجع مع ورقة الامتحان) ، مثلنا في معلم متعامد و متجانس المستقيمين اللذين معادلتيهما : $y = x$ ، $y = \frac{1}{2}x + 3$.

مثل على محور الفواصل الحدود U_0، U_1، U_2 ، U_3 ، U_4 .(دون حسابها،موضحا خطوط التمثيل).

ما هو تخمينك حول اتجاه تغير و تقارب المتتالية (U_n) ؟

2 ـ نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $V_n = U_n - 6$.

أ ـ بين أن المتتالية (V_n) ، متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

ب ـ أكتب عبارة V_n بدلالة n ، ثم استنتج عبارة U_n بدلالة n .

جـ ـ بين أن المتتالية (U_n) متقاربة ، ثم احسب نهايتها.

التمرين الثاني : (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. نعتبر النقط :

$A(2;1;3)$ ، $B(-3;-1;7)$ ، $C(3;2;4)$.

1 ـ بين أن النقط A ، B ، C ليست في استقامية .

2 - (d) المستقيم المعرف بتمثيل الوسيطي التالي:

$$\begin{cases} x = -7 + 2t \\ y = -3t \qquad t \in \mathbb{R} \\ z = 4 + t \end{cases}$$

أـ بين أن المستقيم (d) عمودي على المستوي (ABC) ،ثم أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .

3 ـ نسمي H النقطة المشتركة بين المستقيم (d) و المستوي (ABC) .

أ ـ بين أن النقطة H هي مرجح الجملة $\{(A;-2),(B;-1),(C;2)\}$.

ب ـ ما طبيعة (Γ_1) مجموعة النقط M من الفضاء حيث : $(-2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}).(\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}) = 0$ ؟

جـ ـ ما طبيعة (Γ_2) مجموعة النقط M من الفضاء حيث : $\left\| -2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} \right\| = \sqrt{29}$ ؟

د ـ عين طبيعة و العناصر المميزة لتقاطع المجموعتين (Γ_1) ، (Γ_2) .

التمرين الثالث : (04 نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

نعتبر كثير الحدود $P(Z)$ للمتغير المركب Z حيث :

$$P(Z)=Z^3-2Z^2+16$$

1 - أ) عين الأعداد الحقيقية a ، b حيث : $P(Z)=(Z+2)(Z^2+aZ+b)$.

ب) حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة : $P(Z)=0$.

2 - نعتبر النقطتين A ، B ذات اللاحقتين على الترتيب Z_A ، Z_B حيث :

$Z_A=2-2i$ ، $Z_B=2+2i$.

أ) أكتب كل من Z_A ، Z_B على الشكل المثلثي ثم على الشكل الأسي .

ب) احسب الأطوال OA ، OB ، AB. استنتج طبيعة المثلث OAB .

3 - نسمي (T) التحويل النقطي من المستوي في نفسه الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة Z ، النقطة M' ذات اللاحقة Z' حيث :

$Z'=e^{i\frac{\pi}{3}}Z$.

أ) ما طبيعة التحويل (T) ؟ عين العناصر المميزة له.

ب) عين الشكل المثلثي ثم الشكل الجبري للاحقة النقطة A' صورة النقطة A بالتحويل (T) .

جـ) استنتج القيمة المضبوطة لكل من $\cos\frac{\pi}{12}$ ، $\sin\frac{\pi}{12}$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I- نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي :

$$g(x)=2e^x-x-2$$

1 - أدرس تغيرات الدالة g .

2 - بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما معدوم و الآخر نرمز إليه بـ α حيث $-1,6\prec\alpha\prec-1,5$.

3 - حدد إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x .

II- نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي :

$f(x)=e^{2x}-(x+1)e^x$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث : $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=2$ (وحدة الطول هي السنتيمتر).

1 - احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$. ماهو التفسير البياني للنتيجة؟ و لحساب نهاية الدالة f عند $+\infty$ يمكن اعتبار e^{2x} كعامل مشترك.

2 - احسب الدالة المشتقة ، ثم بين أن إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$. استنتج اتجاه تغير الدالة f .

3 - بين أن $f(\alpha)=-\frac{\alpha^2+2\alpha}{4}$. استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

4 - شكل جدول تغيرات الدالة f .

5 - مثل المنحني (C_f) في المستوي السابق.

6 - أ) باستعمال التكامل بالتجزئة احسب ما يلي : $\int_0^2 xe^x dx$.

ب) احسب بالسنتيمتر المربع مساحة الحيز المحدد بالمنحني (C_f) ومحور الفواصل و المستقيمان اللذين معادلتيهما: $x=0$ ، $x=2$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (05 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي :

$$f(x)=\ln(x^2+4)$$

الجزء A :

1 ـ أدرس تغيرات الدالة f على المجال $]0;+\infty[$.

2 ـ نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي :

$$g(x)=f(x)-x$$

أ ـ أدرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]0;+\infty[$.

ب ـ بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $[2;3]$. أحصر العدد α بالتقريب إلى 10^{-1} .

جـ ـ برر وجود عدد حقيقي وحيد α (نفسه في السؤال ب) ، حل للمعادلة $f(x)=x$.

الجزء B:

نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة بـ : $U_0=1$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1}=f(U_n)$.

1ـ في الورقة المرفقة (2) (ترجع مع ورقة الامتحان) ، مثلنا الدالة f بالمنحني (C) و المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$.

مثل على محور الفواصل ، الحدود U_0 ، U_1 ، U_2 ، U_3 . (دون حسابها، موضحا خطوط التمثيل).

2 ـ علم النقطة I ذات الفاصلة α (نأخذ بالتقريب $\alpha\simeq 2,2$) .

3 ـ أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1\le U_n\le\alpha$.

ب) بين أن (U_n) متقاربة ، ثم عين نهاية المتتالية (U_n) .

التمرين الثاني : (04 نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

1ـ حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول المركب Z التالية :

$$(Z-2i)(Z^2-2Z+2)=0$$

تعطى الحلول على الشكل الجبري ثم الشكل الأسي .

2 ـ نعتبر النقطتين A ، B ذات اللاحقتين على الترتيب : $Z_A=1+i$ ، $Z_B=2i$.

من أجل كل عدد مركب يختلف عن Z_A لدينا : $Z'=\dfrac{Z-2i}{Z-1-i}$

أ ـ نعتبر (E) مجموعة النقط $M(x;y)$ ذات اللاحقة Z بحيث Z' تخيلي صرف .

- بين أن B نقطة من (E) . عين مجموعة النقط (E) .

ب ـ نعتبر (F) مجموعة النقط $M(x;y)$ ذات اللاحقة Z بحيث $|Z'|=1$.

- عين مجموعة النقط (F) .

التمرين الثالث : (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$. نعتبر النقط $A(1;2;2)$ ، $B(3;2;1)$ ، $C(1;3;3)$.

1 - بين أن النقط A ، B ، C تعين مستويا. عين معادلة المستو (ABC) .

2 - نعتبر المستويين (P_1) ، (P_2) اللذين معادلتيهما على الترتيب :

$x-2y+2z-1=0$ و $x-3y+2z+2=0$.

أ- بين أن المستويين (P_1) ، (P_2) متقاطعان . نرمز بـ (Δ) إلى مستقيم تقاطعهما .

ب - بين أن النقطة C تنتمي إلى المستقيم (Δ) .

جـ - بين أن الشعاع $\vec{U}(2;0;-1)$ هو شعاع توجيه المستقيم (Δ) .

3 - لحساب المسافة بين النقطة A و المستقيم (Δ) ذو تمثيل وسيطي : $\left(k\in\mathbb{R}\right)$ $\begin{cases} x=2k+1 \\ y=3 \\ z=-k+3 \end{cases}$

نعتبر النقطة M ذات الوسيط k من المستقيم (Δ) .

أ- عين قيمة العدد الحقيقي k بحيث يكون الشعاعان $\overrightarrow{AM}$ ، $\vec{U}$ متعامدين .

ب -استنتج المسافة بين النقطة A و المستقيم (Δ) .

التمرين الرابع : (07 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي :

$f(x)=x+\ln 4+\dfrac{2}{e^x+1}$ و (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس .

1- احسب نهايات الدالة f عند $+\infty$ وعند $-\infty$.

2 - أحسب من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x)+f(-x)$. ماذا تستنتج بالنسبة إلى النقطة $A(0;1+\ln 4)$ ؟

3 - أدرس تغيرات الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

4 أ - بين أن المعادلة $f(x)=3$ تقبل حلا وحيدا α محصور بين $1,1$ و $1,2$.

ب - من أجل أي قيمة للعدد m يكون العدد الحقيقي $(-\alpha)$ حلا للمعادلة $f(x)=m$ ؟

5 - أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x)=x+2+\ln 4-\dfrac{2e^x}{e^x+1}$.

ب - بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x+\ln 4$ و المستقيم (Δ') ذو المعادلة $y=x+2+\ln 4$

هما مستقيمان مقاربان مائلان للمنحني (C) . ثم أدرس الوضعية النسبية للمنحني (C) و المستقيم (Δ).

6 - نعتبر العدد الحقيقي الموجب تماما λ .

أ- ماذا يمثل التكامل التالي : $I(\lambda)=\int_0^{\lambda}[f(x)-x-\ln 4]dx$ ؟

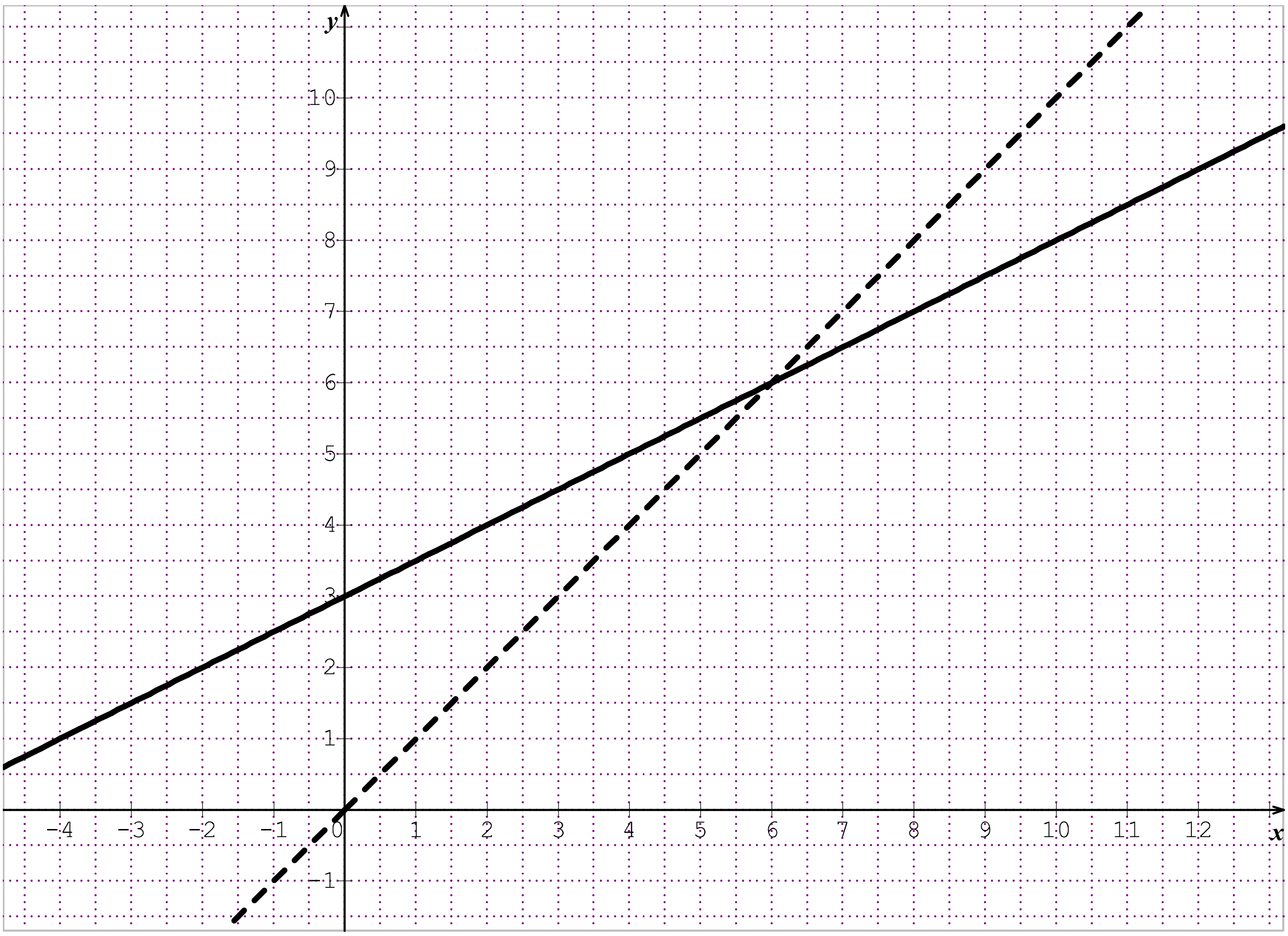
ب - بين أن : $I(\lambda)=2\ln(\dfrac{2e^{\lambda}}{e^{\lambda}+1})$. (يمكن استعمال نتيجة السؤال 5 - أ).

جـ - عين قيمة العدد الحقيقي λ بحيث يكون $I(\lambda)=1$.(تعطى القيمة المقربة للعدد λ بالتقريب إلى 10^{-1}).

انتـــــــــــــــــــــــــــــهى

بالتوفيق إن شاء الله

الوثيقة (1):

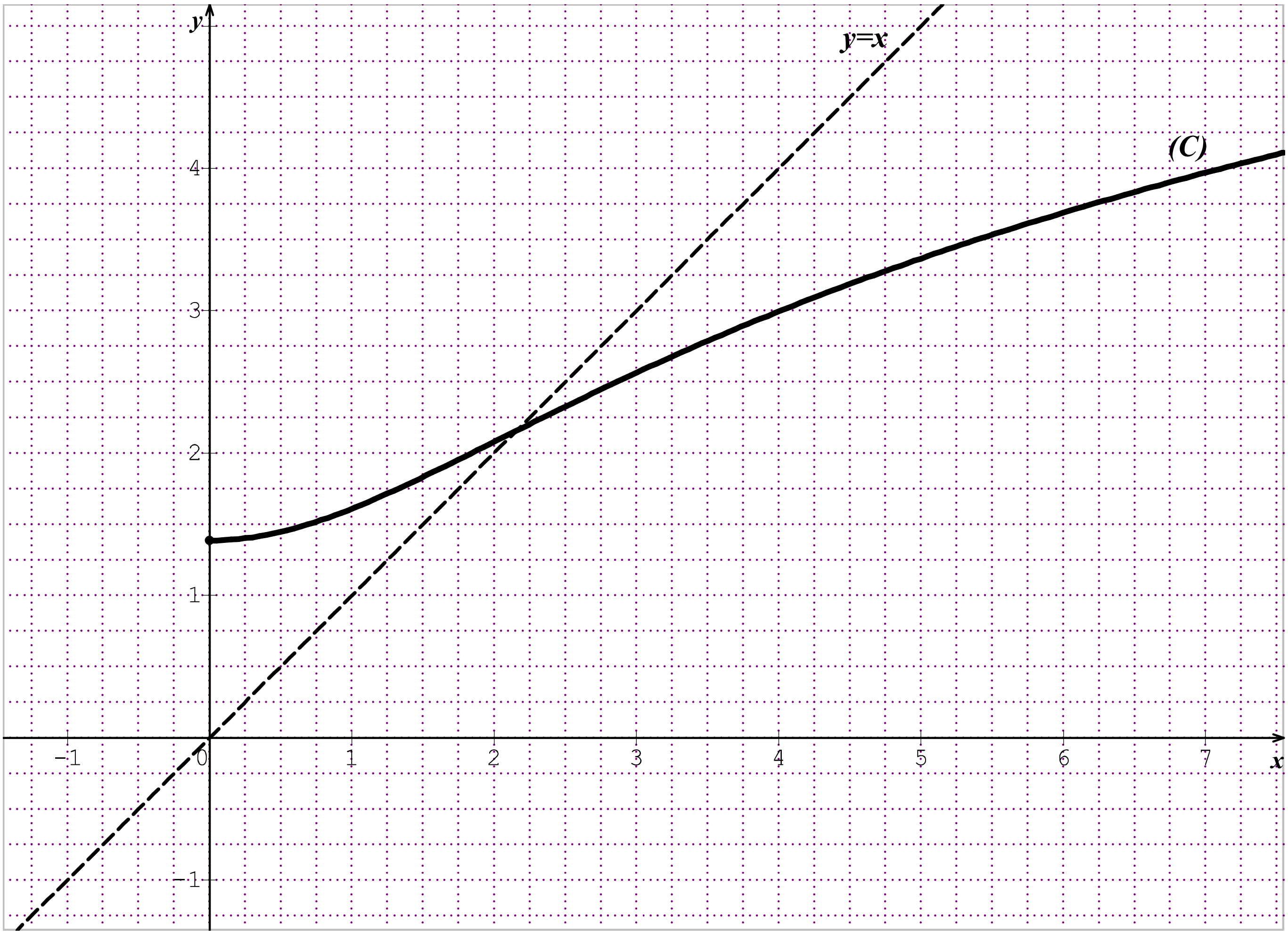


اللقب:......................

الاسم:........................

القسم:.................

الوثيقة(2):



اللقب:.......................
الاسم:.......................
القسم:........