الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية صلاح الدين الأيوبي - بوقادير

الشعبة : علوم تجريبية **دورة : مـــاي 2014**

امتحان البكالوريا التجريبي

اختبار في مادة : الرياضيات **المدة : 03 ساعات ونصف**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول : (05 **نقاط**)

1.حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الآتية: $z^2-6\cos\left(\dfrac{\pi}{6}\right)z+9=0$

2. المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O\,;\vec{u}\,;\vec{v}\right)$,

A و B نقطتان لاحقتاهما $z_A=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}+\dfrac{3}{2}i$ و $z_B=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}-\dfrac{3}{2}i$ على الترتيب و r الدوران الذي مركزه O و

زاويته $\dfrac{2\pi}{3}$ و الذي يحول كل نقطة $M\left(z\right)$ من المستوي إلى النقطة $M'\left(z'\right)$.

أ)أكتب z_A و z_B على الشكل الأسي ثم بين أن النقطتان A و B تنتميان الى نفس الدائرة $\left(\Gamma\right)$ ذات المركز O و نصف القطر 3

ب) بين أن : $z'=\left(-\dfrac{1}{2}+i\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)z$

3. لتكن A' و B' صورتي A و B على الترتيب بالدوران r .

أ - أكتب على الشكل الأسي. $z_{A'}$ و $z_{B'}$ لاحقتي النقطتين A' ، B' على الترتيب .

ب- أحسب $\arg\left(\dfrac{z_{A'}}{z_B}\right)$ ، ثم برهن أن B و A' متناظرتين بالنسبة الى النقطة O و أستنتج طبيعة المثلث ABA'

التمرين الثاني : (04 **نقاط**)

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $\left]0;+\infty\right[$ بـ : $f\left(x\right)=6-\dfrac{5}{x+1}$ و $\left(C\right)$ تمثيلها البياني (أنظر الوثيقة المرفقة).

1.أ) أدرس تغيرات الدالة f على المجال $\left]0;+\infty\right[$.

ب) حل في المجال $\left]0;+\infty\right[$ المعادلة $f\left(x\right)=x$.نرمز الى الحل بالرمز α

جـ) برهن أنه إذا كان : $x\in\left[0;\alpha\right]$ فإن : $f\left(x\right)\in\left[0;\alpha\right]$ وبالمثل إذا كان : $x\in\left[\alpha;+\infty\right[$ فإن : $f\left(x\right)\in\left[\alpha;+\infty\right[$

2. نعتبر المتتالية العددية $\left(u_n\right)$ المعرفة بحدها الأول $u_0=0$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=f\left(u_n\right)=6-\dfrac{5}{u_n+1}$

أ) باستعمال المنحنى $\left(C\right)$ والمستقيم $\left(d\right)$ ذو المعادلة $y=x$ مثل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 ، u_3 ، u_4 على محور الفواصل دون حسابها.

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية $\left(u_n\right)$ وتقاربها .

جـ) برهن بالتراجع انه من أجل كل عدد طبيعي n : $0\le u_n\le u_{n+1}\le\alpha$

د) استنتج أن المتتالية $\left(u_n\right)$متقاربة ثم عين نهايتها .

3.ماذا يمكن القول عن اتجاه تغير و تقارب المتتالية $\left(u_n\right)$ تبعا لقيم العدد الحقيقي الموجب أو المعدوم α ؟

التمرين الثالث : (04 نقاط)

الفضاء منسوب الى معلم متعامد و متجانس $\left(O\,;\vec{i}\,,\,\vec{j}\,,\vec{k}\,\right)$. نعتبر النقط $A(1;-2;4)$ ، $B(-2;-6;5)$ و $C(-4;0;-3)$

1) أ– بين أن النقط A ، B و C ليست في استقامية.

ب – برهن أن الشعاع $\vec{n}\left(1;-1;-1\right)$ ،شعاع ناظمي للمستوي (ABC) .

جـ - أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)

2) أ– أكتب التمثيل الوسيطي للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة O و يعامد المستوي (ABC)

ب – عين إحداثيات النقطة O' المسقط العمودي للنقطة O على المستوي (ABC)

3) نرمز بـ H الى المسقط العمودي للنقطة O على المستقيم $\left(BC\right)$. t عدد حقيقي حيث : $\overrightarrow{BH}=t\,\overrightarrow{BC}$

أ– برهن أن : $t=\dfrac{\overrightarrow{BO}.\overrightarrow{BC}}{\left\|\overrightarrow{BC}\right\|^{2}}$.

ب– استنتج العدد الحقيقي t و إحداثيات النقطة H .

التمرين الرابع : (07 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x و المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $f(x)=x+\ln\left|e^{x}-1\right|$

نرمز بـ $\left(C_f\right)$ لتمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

1) أ– أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب – أحسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\longrightarrow}0} f\left(x\right)$ و $\lim\limits_{x\overset{<}{\longrightarrow}0} f\left(x\right)$ و فسر هندسيا النتيجة .

2) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $f'(x)=\dfrac{2e^{x}-1}{e^{x}-1}$ ، أدرس اتجاه تغير الدالة f على كل مجال من مجالي تعريفها ثم شكل جدول تغيراتها.

3) برهن أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x$ مقارب مائل للمنحني $\left(C_f\right)$ عند $-\infty$

4) أ) بين أنه من أجل كل x من $\left]0;+\infty\right[$: $f(x)=2x+\ln\left(1-\dfrac{1}{e^{x}}\right)$ ثم استنتج أن المنحني $\left(C_f\right)$ يقبل مستقيم مقارب مائل بجوار $+\infty$.

ب) حدد نقط تقاطع المنحني $\left(C_f\right)$ و المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x$.

جـ) تحقق من أن معادلة المماس $\left(T\right)$ للمنحني $\left(C_f\right)$ عند النقطة ذات الفاصلة $\ln\left(2\right)$ هي: $y=3x-2\ln\left(2\right)$

5) أ) برهن أن المعادلة $f\left(x\right)=0$ تقبل حلا وحيدا α و الذي يحقق أن: $0,4\prec\alpha\prec0,5$ ثم استنتج اشارة $f\left(x\right)$.

ب)برهن أن العدد α يحقق : $e^{2\alpha}-e^{\alpha}-1=0$

6)أرسم المستقيمات المقاربة و المنحني $\left(C_f\right)$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (05 **نقاط**)

1.حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الآتية: $z^2 - 4\sqrt{3}z + 16 = 0$

2. المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O\,;\vec{u}\,;\vec{v}\right)$,

A و B نقطتان لاحقتاهما $z_A = 2\sqrt{3} - 2i$ و $z_B = 2\sqrt{3} + 2i$ على الترتيب .

أ) أكتب z_A و z_B على الشكل الأسي.

ب) علم النقطتان A و B .

ت) برهن أن المثلث OAB متقايس الأضلاع.

3. نسمي النقطة C ذات اللاحقة $z_C = -8i$ و النقطة D صورتها بالدوران r الذي مركزه O و زاويته $\frac{2\pi}{3}$.

- علم النقطتان C و D .ثم برهن أن لاحقة النقطة D هي $z_D = 4\sqrt{3} + 4i$.

4.برهن أن النقطة D هي صورة النقطة B بتحاك h مركزه O يطلب تعيين نسبته .

5. أحسب النسبة $\frac{z_A - z_D}{z_A}$ ثم استنتج طبيعة المثلث OAD .

التمرين الثاني : (05 **نقاط**)

الفضاء منسوب الى معلم متعامد و متجانس $\left(O\,;\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$. نعتبر النقط $A(0;4;1)$ ، $B(1;3;0)$ ، $C(2;-1;-2)$ و $D(7;-1;4)$.

1.بين أن النقط A ، B و C ليست في استقامية.

2. (Δ) مستقيم يشمل النقطة D و $\vec{u}\left(2;-1;3\right)$ شعاع توجيه له .

أ – برهن أن المستقيم (Δ) عمودي على المستوي (ABC).

ب- إستنتج معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)

جـ -أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) .

د- عين إحداثيات النقطة H ،نقطة تقاطع المستقيم $\left(\Delta\right)$و المستوي (ABC)

3) ليكن المستوي (P) الذي معادلته $x + y + z = 0$ و المستوي (Q) الذي معادلته $x + 4y + 2 = 0$.

أ– برهن أن المستويين (P) و (Q) متقاطعان .

ب- تحقق أن المستقيم (D') ، مستقيم تقاطع (P) و (Q) تمثيله الوسيطي : $\begin{cases} x = -4t - 2 \\ y = t \\ z = 3t + 2 \end{cases} ,t \in \mathbb{R}$

جـ - هل المستقيم (D') و المستوي (ABC) متقاطعان أم متوازيان ؟

التمرين الثالث : (**04 نقاط**)

1.لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=x-x\ln(x)$

- أدرس تغيرات الدالة f

2. (u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ : $u_n=\dfrac{e^n}{n^n}$.

أحسب الحدود : u_1 ، u_2 ، u_3 ، u_4 و u_5 ثم ضع تخمينا حول إتجاه تغيرها و نهايتها .

3.(v_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ: $v_n=\ln(u_n)$

أ- أثبت أن $v_n=n-n\ln(n)$.

ب- باستعمال الدالة f ، أدرس إتجاه تغير (v_n) ثم أستنتج أن (u_n) متناقصة .

جـ - استنتج أنه من اجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : $0\prec u_n\leq e$

د- استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة و عين نهايتها .

التمرين الرابع : (**06 نقاط**)

I) g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـــ : $g(x)=x+1-e^x$

ا). ادرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

ب). استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $g(x)\leq 0$

II) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ : $f(x)=(-2x^2-x+1)e^{-x}$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$. (وحدة الطول $2cm$)

أ) . احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

ب). بملاحظة أن : $f(x)=\left(-2-\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}\right)x^2e^{-x}$ ، أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا .

جـ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=(2x^2-3x-2)e^{-x}$ ، عين إشارة $f'(x)$

د) شكل جدول تغيرات الدالة f .

3) أ) عين معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0

ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x)-(1-2x)=(1-2x)\times g(x)\times e^{-x}$

جـ) استنتج وضعية المنحنى (C_f)بالنسبة للمماس(T) .

4) أ) ادرس تقاطع المنحنى (C_f) ومحور الفواصل

ب) ارسم (C_f) و (T) على المجال $[-1;+\infty[$.

5) F الدالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـــ : $\mathrm{F}(x)=(ax^2+bx+c)e^{-x}$

عين الاعداد الحقيقية a ، b و c بحيث تكون الدالة F دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$

الإسم و اللقب :...

الوثيقة 1

(ترجع مع ورقة الإجابة)

الموضوع الأول - التمرين الثاني