الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية صلاح الدين الأيوبي

الشعبة : **علوم تجريبية** 　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　دورة : **ماي 2013**

امتحان البكالوريا التجريبي

اختبار في مادة : الرياضيات 　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　**المدة : 03 ساعات ونصف**

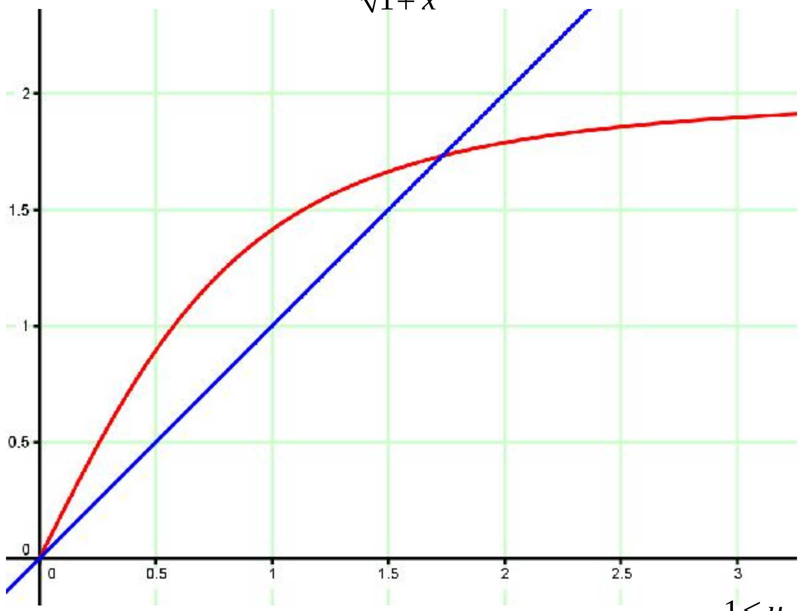
على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول : (05 نقاط)

المنحني (C) في الشكل التالي هو التمثيل البياني لدالة f معرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\dfrac{2x}{\sqrt{1+x^2}}$

في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$



1) بقراءة بيانية شكل جدول تغيرات f

2) بين أنه إذا كان $x\in\left[1,\sqrt{3}\right]$ فإن $f(x)\in\left[1,\sqrt{3}\right]$

3) (u_n) متتالية عددية معرفة بـ: $u_0=1$

ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=f\left(u_n\right)$

أ) باستعمال المنحنى (C) والمستقيم ذو المعادلة $y=x$

مثل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 على محور الفواصل

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها .

جـ) برهن بالتراجع انه من أجل كل عدد طبيعي n : $1\le u_n\le\sqrt{3}$

د) بين انه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}-u_n=\dfrac{u_n\left(2-\sqrt{1+u_n^2}\right)}{\sqrt{1+u_n^2}}$ ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

4) نضع من اجل كل عدد طبيعي n : $v_n=\dfrac{u_n^2}{3-u_n^2}$.

أ- بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول 　　　 ب- اكتب عبارة v_n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n

جـ- أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$ ، ماذا تستنتج ؟

التمرين الثاني : (04 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة التالية : $z^2-2\sqrt{3}z+4=0$

2) المستوي المركب منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. A و B نقطتان من المستوي المركب لواحقها على الترتيب $z_A=\sqrt{3}-i$ ، $z_B=\sqrt{3}+i$ و النقطة C منتصف القطعة $[OB]$ ذات اللاحقة z_C .

أ) أكتب كلا من z_A ، z_B و z_C على الشكل الأسي.

ب) علم النقط A ، B و C

جـ) برهن أن المثلث OAB متقايس الأضلاع.

3) لتكن النقطة D صورة النقطة C بالدوران الذي مركزه O و زاويته $-\frac{®}{2}$ و النقطة E صورة النقطة D بالإنسحاب الذي شعاعه $2\vec{v}$.

أ) علم النقطتان D و E ب) برهن أن : $OE = BE = \sqrt{5-2\sqrt{3}}$

4) بين أن النقط A ، C و E في إستقامية .

التمرين الثالث : (05 نقاط)

الفضاء منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O\,;\vec{i}\,,\vec{j}\,,\vec{k}\,)$. نعتبر النقط $A(-2\,;\,0\,;\,1)$ ، $B(1\,;\,2\,;\,-1)$ و $C(-2\,;\,2\,;\,2)$

1) أ– أحسب الجداء السلمي $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ ثم الأطوال AB و AC .

ب – أستنتج قيمة مقربة مقدرة بالدرجات للزاوية $\widehat{BAC}$.

جـ – أستنتج أن النقط A ، B و C ليست في استقامية .

2) تحقق أن المعادلة الديكارتية للمستوي (ABC) هي: $2x-y+2z+2=0$.

3) ليكن (P_1) و (P_2) المستويين اللذين معادلتيهما $x+y-3z+3=0$ و $x-2y+6z=0$ على الترتيب.

- برهن أن (P_1) و (P_2) متقاطعان وفق المستقيم (D) الذي تمثيله الوسيطي : $\begin{cases} x=-2 \\ y=-1+3t \ , \ t\in\mathbb{R} \\ z=t \end{cases}$

4) بين أن (D) و (ABC) متقاطعان ثم عين نقطة تقاطعهما.

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I – نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $g(x)=e^x+x+1$

1) أحسب $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)$

2) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

3) برهن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا ~ على $\mathbb{R}$ و تحقق أن: $-1.28 \prec ~ \prec -1.27$ ثم لستنتج لشارة $g(x)$.

II – نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x و المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x)=\frac{xe^x}{e^x+1}$

و (C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) أ– أحسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ وفسر النتيجة هندسيا ، ثم $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=\frac{e^x}{\left(e^x+1\right)^2}\times g(x)$ ، لستنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) بين أن : $f(~)=~+1$ ثم لستنتج حصرا للعدد $f(~)$ (تدور النتائج الى 10^{-2}).

4) أدرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x$.

5) أكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

6) أرسم (Δ)، (T) و (C_f).

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (05 نقاط)

1)حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة التالية : $\left(iz+1+i\sqrt{3}\right)\left(z^2-2z+4\right)=0$ و أعط الحلول على الشكل الجبري.

2) ينسب المستوي المركب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ (وحدة الطول على المحورين $3cm$) . A و B نقطتان لاحقتهما على الترتيب : $z_A=1+i\sqrt{3}$ و $z_B=-\sqrt{3}+i$.

أ) أكتب z_A و z_B على الشكل المثلثي .

ب)علم النقط A و B .

جـ) برهن أن المثلث OAB قائم و متساوي الساقين.

د) لتكن النقطة K منتصف القطعة $[AB]$. علم النقطة K وعين لاحقتها z_K .

3) لتكن النقطة C ذات اللاحقة $z_C=\left(1-\sqrt{3}\right)+i\left(1+\sqrt{3}\right)$. برهن أن النقطة K هي منتصف القطعة $[OC]$ ثم علم C .

برهن أن الرباعي $OACB$ مربع.

التمرين الثاني : (04 نقاط)

الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O\,;\vec{i}\,,\vec{j}\,,\vec{k}\,)$.

في كل حالة من الحالات التالية أجب بصحيح أو خاطئ مع التعليل

1) المستقيم الذي تمثيله الوسيطي $\begin{cases} x=t+2 \\ y=-2t\,,\ t\in\mathbb{R} \\ z=3t-1 \end{cases}$ يوازي المستوي الذي معادلته الديكارتية: $x+2y+z-3=0$.

2) (P) ، (P') و (P'') ثلاث مستويات التي معادلات ديكارتية لها على الترتيب :

$x-2y+3z-3=0$ ، $2x+3y-2z-6=0$ و $4x-y+4z-12=0$ لا تشترك في أية نقطة.

3)المستقيمان (d_1) و(d_2) الممثلا ن وسيطيا : $(d_1):\begin{cases} x=-2-3t \\ y=1+t \\ z=-3+2t \end{cases}\ t\in\mathbb{R}$ ، $(d_2):\begin{cases} x=7+u \\ y=2+2u \\ z=-6-u \end{cases}\ u\in\mathbb{R}$ متقاطعان

4) نعتبر النقط $A(-1\,;0\,;\,2)$ ، $B(1\,;4\,;\,0)$ و $C(3\,;\,-4\,;\,-2)$. معادلة المستوي (ABC) هي: $x+z-1=0$.

5) نعتبر النقط $A(-1\,;1\,;3)$ ، $B(2\,;1\,;0)$ و $C(4\,;\,-1\,;\,5)$. يمكن كتابة C كمرجح لنقطتين A و B .

التمرين الثالث : (04 نقاط)

(u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي : $u_0=1$ ، $u_{n+1}=\frac{1}{3}u_n+n-2$

1) أحسب u_1 ، u_2 و u_3 .

2) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل عدد طبيعي $n\geq 4$ ، $u_n\geq 0$.

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 5$ ، $u_n\geq n-3$

جـ) استنتج نهاية المتتالية (u_n).

3) نعرف المتتالية (v_n) كمايلي : من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n=-2u_n+3n-\frac{21}{2}$

أ) برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

ب) أحسب v_n بدلالة n

جـ) أستنتج أنه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n=\frac{25}{4}\left(\frac{1}{3}\right)^n+\frac{3}{2}n-\frac{21}{4}$

3) من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $T_n=v_0+v_1+...+v_n$ و $S_n=u_0+u_1+u_2+...+u_n$

أحسب بدلالة n المجموع T_n ثم أستنتج المجموع S_n بدلالة n .

التمرين الرابع : (07 نقاط)

لتكن f **الدالة المعرفة على المجال** $]2,+\infty[$ كما يلي : $f(x)=\frac{1}{2}x-5+3\ln(x-1)-3\ln(x-2)$

(C_f) تمثيلها البياني **في المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس** $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) أ)**أحسب** $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x **من المجال** $]2,+\infty[$ ، $f(x)=\frac{1}{2}x-5+3\ln\left(\frac{x-1}{x-2}\right)$

جـ) **أستنتج** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) **أحسب** $f'(x)$ ثم بين أنه من اجل كل x **من المجال** $]2,+\infty[$: $f'(x)=\frac{x^2-3x-4}{2(x-1)(x-2)}$

استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3) بين أن المستقيم (Δ) الي معادلة له : $y=\frac{1}{2}x-5$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحني (C_f) **بجوار** $+\infty$.

5) بين أن **المعادلة** $f(x)=0$ **تقبل** حلين ~ **و** حيث : $2.3\le \sim \le 2.4$ **و** $9.2\le \quad \le 9.3$.

6) **أنشئ** المستقيم (Δ) **و المنحني** (C_f)

7) **لتكن** h **و** H **الدالتان المعرفتان على المجال** $]2,+\infty[$ كمايلي :

$h(x)=\ln\left(\frac{x-1}{x-2}\right)$ **و** $H(x)=(x-1)\ln(x-1)-(x-2)\ln(x-2)$.

أ) بين أن H هي دالة أصلية للدالة h **على المجال** $]2,+\infty[$.

ب) أستنتج دالة أصلية F **للدالة** f **على المجال** $]2,+\infty[$.