الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

اختبار الباكالوريا التجريبي — **دورة : ماي 2013**

الشعبة : رياضيات + تقني رياضي — **ثانوية بلحاج قاسم نور الدين**

اختبار في مادة الرياضيات — **المدة : 04ساعات ونصف**

على المترشح أن يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول :(04 نقاط)

في الفضاء المزود بمعلم متعامد متجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ تعطى النقط $A(1\ ,\ 2\ ,\ 2)$ ، $B(-1\ ,\ 0\ ,\ 1)$ ، $C(3\ ,\ 2\ ,\ 1)$

1. بين أن المستوي (Q) الذي يشمل النقط A ، B ، C معادلته : $x - 2y + 2z - 1 = 0$
2. (P) مستو معادلته $z = 1$.
   ا) تحقق أن المستقيم (BC) محتوى في المستوي (P).
   ب) استنتج تقاطع المستويين (P) و (Q)
   جـ) عين تمثيلاً وسيطيا للمستقيم (BC).
3. اثبت أن النقطة H(1,2,1) هي المسقط العمودي للنقطة A على (P).
   هل المستقيمان (BC) و (AH) متقاطعان ؟ برر إجابتك .
4. G مرجح الجملة المثقلة $\left\{(A\ ,1)\ ,\ (B\ ,1)\ ,\ (C\ ,\ -1)\right\}$.
   أ) عين إحداثيات النقطة G .
   ب) عين (E) مجموعة النقط M من الفضاء حيث $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\| = 3\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|$

التمرين الثاني :(05 نقاط)

في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $\left(o,\ \vec{u}\ ,\ \vec{v}\right)$ نعتبر النقطتين A و B حيث :

$$z_A = \sqrt{3}+i \quad ,\quad z_B = \sqrt{3}-i$$

1. اكتب العددين $z_A\ ,\ z_B$ على الشكل الأسي ، ثم أنشئ النقطتين A و B .
2. r دوران مركزه O ، وزاويته $\frac{®}{3}$.
   - عين $z_{A'}$ لاحقة النقطة A' صورة A بالدوران r .
   - اكتب $z_{A'}$ على الشكل الجبري ، ثم أنشئ النقطة A' .
3. h تحاك مركزه O ، ونسبته $\frac{-3}{2}$.
   - اكتب على الشكل المثلثي $z_{B'}$ لاحقة النقطة B' صورة B بالتحاكي h ، ثم أنشئ النقطة B' .
4. μ مركز الدائرة المحيطة بالمثلث OA'B' ، و R نصف قطرها و z_μ لاحقة النقطة μ.
   ا) باستعمال الخاصة : $z\overline{z} = |z|^2$ تحقق من صحة العبارات التالية :

$$z_\mu\overline{z_\mu} = \left(z_\mu + \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2}i\right)\left(\overline{z_\mu} + \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i\right) = R^2 \quad ,\quad \left(z_\mu - 2i\right)\left(\overline{z_\mu} + 2i\right) = R^2$$

   ب) استنتج أن : $z_\mu - \overline{z_\mu} = 2i$ و $z_\mu + \overline{z_\mu} = \frac{-4\sqrt{3}}{3}$
   جـ) استنتج z_μ لاحقة النقطة μ وقيمة R.

التمرين الثالث :(04 نقاط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة كما يلي : **من اجل** كل عدد طبيعي n لدينا $u_0 = 8$ **و** $u_{n+1} = 2u_n + 5n - 5$

1. **احسب** u_1 ، u_2 **و** u_3.

2. نضع من اجل كل عدد طبيعي n: $v_n = u_n + 5n$

- برهن **أن** (v_n) متتالية هندسية ، ثم اكتب عبارة كل من v_n **و** u_n **بدلالة** n ماهي نهاية المتتالية (u_n)؟
- عين العدد الطبيعي n حيث: $2^n = 2048$ **استنتج أن** 2008 حد من حدود المتتالية (u_n).
- اثبت انه من اجل كل عدد طبيعي k : $2^{4k+1} \equiv 2[10]$
- بين **أن** u_n عدد طبيعي .
- عين حسب قيم n **رقم آحاد العدد** u_n.

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I. لتكن الدالة العددية g **المعرفة على** $\mathbb{R}$ بــ: $g(x) = 1 + x + e^x$

1. ادرس تغيرات الدالة g.
2. برهن أن المعادلة $g(x) = 0$ **تقبل في** $\mathbb{R}$ حلا وحيدا ~ .
   . **تحقق أن** ~ **من المجال** $]-1.3\ ;\ -1.2[$.
3. حدد تبعا لقيم x **إشارة** $g(x)$.

II. نعتبر الدالة العددية f **المعرفة على** $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = \dfrac{x\,e^x}{1+e^x}$ **نسمي** (Γ) المنحنى البياني لها .

1. ا) ادرس تغيرات الدالة f (**نلاحظ أن** $f'(x)$ **و** $g(x)$ **من نفس الإشارة**).
   - برهن أن $f(\sim) = 1 + \sim$
   - برهن أن المنحنى (Γ) يقبل مستقيما مقاربا (Δ) حيث $y = x$ معادلة له .
   - **اكتب معادلة للمماس** (T) **للمنحنى** (Γ) **عند النقطة** O **مبدأ المعلم** .
   - ادرس وضعية المنحنى (Γ) **بالنسبة للمماس** (T).

2. H نقطة فاصلتها x وترتيبها معدوم ،المستقيم الموازي للمحور (yy') **والمار من** H يقطع (Γ) **في النقطة** M ويقطع **المقارب** (Δ) **في النقطة** N ، **نضع** $¨(x) = \overline{MN}$.

   ا) بين أن $¨(x) = \dfrac{x}{1+e^x}$

   ب) برهن انه من اجل كل عدد حقيقي x لدينا: $¨'(x) = \dfrac{e^x}{\left(1+e^x\right)^2}.g(-x)$

   استنتج أن $\overline{MN}$ يكون أكبر ما **يمكن عند** $(-\sim)$

   جـ) برهن أن $f(-\sim) = 1(-\sim)$

   د) برهن ان المماس للمنحنى (Γ) **عند النقطة** A **ذات الفاصلة** $(-\sim)$ يوازي المستقيم (Δ).

   هـ)**ارسم في المعلم المتعامد** $\left(o, \vec{i}, \vec{j}\right)$ **المنحني** (Γ) و (Δ) و (T) (**تؤخذ** 5cm **كوحدة**)

3. ا) برهن انه من اجل كل عدد حقيقي x حيث $x \geq 1$ لدينا : $\dfrac{e^x}{1+e^x} \leq f(x) \leq x$

   ب)استنتج باستعمال المتباينة السابقة حصرا لمساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (Γ) و المستقيمات التي معادلاتها : $y = 0$ **و** $x = 1$ **و** $x = -\sim$

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (05 نقاط)

$\sim$ عدد حقيقي من المجال $[0;®]$، z عدد مركب و $f(z)$ كثير حدود معرف بـ:

$$f(z) = z^3 - (1-2\sin\sim)z^2 + (1-2\sin\sim)z - 1$$

أ) تحقق أن العدد 1 جذر لـ $f(z)$.

ب) عين العددين الحقيقيين a و b بحيث : $f(z)=(z-1)(z^2+az+b)$

ج) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $f(z)=0$.

2. المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$ ، ولتكن النقط A ، B و C لواحقها

z_1 , z_2 , z_3 على الترتيب حيث : $z_1 = 1$, $z_2 = -\sin\sim + i\cos\sim$, $z_3 = -\sin\sim - i\cos\sim$

أ) اكتب على الشكل الأسي كل من z_1 , z_2 , z_3 .

ب) حدد طبيعة المثلث ABC ، ثم عين قيمة $\sim$ حتى يكون قائم في A .

ج) G مركز ثقل المثلث ABC، ماهي لاحقتها ؟

- عين مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق : $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\| = \left\|3\overrightarrow{MO}\right\|$

التمرين الثاني : (05 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نعتبر النقط $A(1,2,2)$, $B(1,0,1)$, $C(3,2,1)$

و المستوي (P) ذي المعادلة $z=1$ ، النقطة D هي المسقط العمودي للنقطة A على المستوي (P)

(Δ) هو المستقيم المعرف بـ: $\begin{cases} x = -3+t \\ y = -4-t \; ; \; (t\in\mathbb{R}) \\ z = 1 \end{cases}$

(S)سطح الكرة المعرفة بالمعادلة $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 4z = 0$

من بين الأجوبة المقترحة ، اختر الجواب الصحيح مع التبرير

	أ)	ب)	جـ)	د)
1. المستقيم (BC)	محتوى في المستو (P)	يقطع المستوي (P)	يوازي المستوي (P)	عمودي على المستو (P)
2. إحداثيات D هي	(1 ,2,-1)	(1,1,2)	(1,2,1)	(1,2,0)
3. تمثيل الوسيطي لـ(BC)	$\begin{cases} x=1+2t \\ y=2t \; ; \; t\in\mathbb{R} \\ z=1 \end{cases}$	$\begin{cases} x=-1+t \\ y=2+t \; ; \; t\in\mathbb{R} \\ z=-3t \end{cases}$	$\begin{cases} x=1-2t \\ y=2t \; ; \; t\in\mathbb{R} \\ z=1 \end{cases}$	$\begin{cases} x=1+2t \\ y=2t \; ; \; t\in\mathbb{R} \\ z=3 \end{cases}$
4. المستقيمان (Δ) و (BC)	متوازيان تماما	منطبقان	متقاطعان	ليسا من نفس المستوي
5. سطح الكرة (S)	تمس (P)	يقطعها (P)	لا يقطعها (P)	مركزها ينتمي إلى (P)

<u>التمرين الثالث :</u>(04 نقاط)

نعتبر المعادلة $4x - 13y = 7$ حيث x **و** y عددان صحيحان.

1. عين الحل الخاص $(x_0\ ,\ y_0)$ **للمعادلة** (1) الذي يحقق $x_0 - y_0 = 4$
2. **حل المعادلة** (1) .
3. ليكن d القاسم المشترك الأكبر للعددين الطبيعيين x **و** y .
   - ماهي القيم الممكنة **للعدد** d **إذا كان** $(x\ ،\ y)$ **حلا للمعادلة** (1)؟
   - عين الثنائيات $(x\ ،\ y)$ من الأعداد الطبيعية حلول المعادلة (1) بحيث يكون d=7.
   - عين الثنائيات $(x\ ،\ y)$ من الأعداد الطبيعية حلول المعادلة (1) **التي تحقق** $\begin{cases} d = 7 \\ x + y \prec 400 \end{cases}$

<u>التمرين الرابع :</u> (6 نقاط)

في كل ما سيأتي المستوي **منسوب إلى معلم متعامد و متجانس** $(o, \vec{i}, \vec{j})$ **الوحدة** 2cm

<u>الجزء الأول :</u>نعتبر الدالة u **المعرفة على** $\mathbb{R}$ كما يلي : $u(x) = \sqrt{x^2+1} - x$ **و** (¨) تمثيلها البياني .

- **حدد** نهاية u **عند** $-\infty$.
- برهن انه من اجل كل عدد حقيقي x لدينا : $u(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x^2+1} + x}$
- استنتج نهاية u **عند** $+\infty$.

2. أ) برهن أن : $(u(x)+2x)$ تنتهي إلى الصفر عندما تنتهي x **إلى** $-\infty$.

ب) برهن انه من اجل كل عدد حقيقي x لدينا :. $u(x) > 0$

ج)**استنتج إشارة** $(u(x)+2x)$ ثم فسر بيانيا هذه النتيجة .

3. أ) برهن أن : $u'(x) = \dfrac{-u(x)}{\sqrt{x^2+1}}$

ب) ادرس تغيرات الدالة u .

ج) **ارسم المنحنى** (¨) و المستقيم المقارب له .

<u>الجزء الثاني :</u> نعتبر الدالة العددية f **المعرفة على** $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = \int_0^x \dfrac{-1}{\sqrt{t^2+1}} dt$ **و** (Γ) تمثيله البياني .

1- تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي x لدينا : $f(x) = \ln(u(x))$

2- عين نهايات f **عند** $-\infty$ **ثم** $+\infty$ وادرس تغيرات الدالة f .

3- عين معادلة للمستقيم (T) **مماس المنحني** (Γ) **عند النقطة ذات الفاصلة** 0.

نعتبر الدالة العددية ¨ **المعرفة على** $\mathbb{R}$ كما يلي : ¨ $(x) = f(x) + x$.

برهن أن ¨ متزايدة على $\mathbb{R}$ **وان** ¨ $(0) = 0$ ، استنتج وضعية المنحني (Γ) **بالنسبة للمماس** (T).

4- **ارسم في نفس المعلم المنحني** (Γ) **و المماس** (T).

5- **أحسب مساحة** الحيز المستوي المحدد بالمنحني (Γ) و المستقيمات التي **معادلاتها** : $y = 0$ ، $x = 0$ **و** $x = \sim$ $(\sim \succ 0)$