الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية ميلة

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي (تجريبي) — متقن سرار عبد الحميد - زغاية

الشعبة : تقني رياضي — دورة : ماي 2016

اختبار في مادة : الرياضيات — المدة : 04 ساعات ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول :

التمرين الأول : (03)

1) جد القاسم المشترك الأكبر للعددين 2310 و 990 .

2) C عدد صحيح . نعتبر في Z^2 المعادلة ذات المجهولين (x,y) حيث : $2310x-990y=C$.............(1)

- عين قيم العدد الصحيح C حتى تقبل المعادلة (1) حلولا في Z^2 .

3) نضع فيما يلي : $C=660$. تحقق أن المعادلة (1) تكافيء المعادلة (2)..........$7x-3y=2$

أ / بين أن الثنائية $(2,4)$ حل خاص للمعادلة (1) ثم استنتج جميع حلولها في Z^2 .

ب/ من بين الثنائيات (x,y) الصحيحة حلول المعادلة (1) , ماهي الثنائيات التي تحقق : $|x-y|\leq 5$

التمرين الثاني : (05)

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $p(z)=z^3-4z^2+6z-4$

1) أ / تحقق أن: $P(2)=0$ ثم عين الأعداد الحقيقية a , b و c بحيث : $p(z)=(z-2).(az^2+bz+c)$

ب / حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $p(z)=0$.

2) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس المركب $(O,\vec{u},\vec{v})$. نعتبر النقط A , B , C التي لاحقاتها على الترتيب $z_A=1+i$, $z_B=\overline{z_A}$, $z_C=z_A+z_B$.

أ / علم النقط A , B , C ثم أكتب كلا من الأعداد المركبة z_B , z_C و $\frac{z_B}{\sqrt{2}z_C}$ على الشكل الأسي .

ب / عين قيم الأعداد الطبيعية n التي من أجلها يكون العدد المركب $\left(\frac{z_B}{\sqrt{2}z_C}\right)^n$ تخيليا صرفا موجبا .

ج / أكتب على الشكل الجبري العدد : $K=\frac{z_B-z_C}{z_A-z_C}$.

د / عين الشكل الأسي للعدد المركب K ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

ه / استنتج أن النقطة A هي صورة النقطة B بتحويل نقطي r يطلب تعيين كتابته المركبة .

3) h التحاكي الذي مركزه النقطة B ونسبته 2 .

أ / عين الكتابة المركبة للتحاكي h .

ب / عين z_E و z_D لاحقتي النقطتين E و D صورتي النقطتين A و C بالتحاكي h .

4) أ / عين طبيعة المجموعة (Γ) مجموعة النقط من المستوي المركب حيث : $z=1-i+2e^{i\theta}$ لما θ تمسح R .

ب / عين طبيعة المجموعة (Δ) مجموعة النقط من المستوي حيث : $z=1-i+r$ لما R^+ .

ج / عين إحداثيات تقاطع المجموعتين (Δ) و (Γ) .

التمرين الثالث: (05)

الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ نعتبر النقطتين $A\left(2,1,0\right)$, $B\left(1,3,1\right)$

1) بين أن التمثيل الوسيطي للمستقيم (D) الذي يشمل النقطتين A و B هو : $\begin{cases} x=2-t \\ y=1+2t \quad , \quad t\in R \\ z=t \end{cases}$

2) أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D') الذي يشمل $C\left(1,-2,-1\right)$ وشعاع توجيهه $\vec{u'}\left(2,-3,-1\right)$.

3) برهن أن المستقيمين (D) و (D') ليسا من نفس المستوي .

4) أ / أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P) الذي يشمل C و $\vec{n}\left(4,1,5\right)$ شعاع ناظمي له .

ب / بين أن المستقيم (D') محتوى في المستوي (P) .

ج / بين أن المستوي (P) يقطع المستقيم (D) في نقطة H يطلب تعيين إحداثياتها .

5) ليكن (Δ) المستقيم الذي يشمل H وشعاع توجيهه $\vec{w}\left(1,1,-1\right)$.

أ / بين أن المستقيمين (Δ) و (D) متعامدين .

ب / بين أن (Δ) يقطع عموديا المستقيم (D') في نقطة I يطلب تعيين إحداثياتها .

التمرين الرابع : (07)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]-1,+\infty[$ ب : $g(x)=\left(1+x\right)^2-1+\ln\left(1+x\right)$

1) أدرس تغيرات الدالة g وشكل جدول تغيراتها .

2) أحسب $g(0)$ واستنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-1,+\infty[$.

II) f دالة معرفة على المجال $]-1,+\infty[$ كما يلي : $f(x)=x-\dfrac{\ln(1+x)}{1+x}$

نسمي (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المزود بمعلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

1) أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to-1 \\ >}} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

2) أ – أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب – بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ مقارب للمنحني (C_f) .

ج – عين نقط تقاطع (C_f) والمستقيم (Δ) وأدرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) والمستقيم (Δ) .

3) أ - بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1,+\infty[$ فإن : $f(x)=\dfrac{g(x)}{(x+1)^2}$.

ب – استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

ج – أنشيء المستقيم (Δ) و المنحني (C_f) .

4) بين انه من أجل كل x من المجال $[0,4]$ يكون $f(x)$ ينتمي إلى $[0,4]$.

5) أ – بين أن الدالة F حيث : $F(x)=\dfrac{1}{2}x^2-\dfrac{1}{2}\ln^2(1+x)$ هي دالة أصلية للدالة f على المجال $]-1,+\infty[$.

ب – استنتج مجموعة الدوال الأصلية للدالة f ثم عين من بينها التي تأخذ القيمة $\dfrac{-1}{2}\ln^2 3$ من أجل $x=2$.

III) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة كما يلي : $u_0=4$ و $u_{n+1}=f(u_n)$

1) أ / باستعمال المنحني (C_f) والمستقيم $(\Delta):y=x$. علم على محور الفواصل الحدود u_0 , u_1 , u_2 و u_3 .

ب / برهن أنه من أجل كل n من N يكون $u_n\in[0,4]$.

ج / أدرس رتابة المتتالية (u_n) ثم استنتج أنها متقاربة .

د / نرمز ب ℓ لنهايتها , عين قيمة ℓ .

الموضوع الثاني :

التمرين الأول :(05)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, نعتبر النقط $A\left(-2,0,1\right)$, $B\left(1,2,-1\right)$ و $C\left(-2,2,2\right)$

1) أ / أحسب الجداء السلمي $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ ثم استنتج القيمة المدورة بالوحدة إلى الدرجات للزاوية $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$.

ب / استنتج أن النقط A , B و C تعين مستويا $\left(ABC\right)$.

2) بين أن معادلة للمستوي $\left(ABC\right)$ هي : $2x-y+2z+2=0$.

3) أ / أكتب معادلة ديكارتية للمستوي $\left(P\right)$, المستوي المحوري للقطعة $\left[AB\right]$.

ب / بين أن مجموعة النقط $M\left(x,y,z\right)$ من الفضاء والتي تحقق : $AM=CM$ هي المستوي $\left(P'\right)$ الذي معادلة ديكارتية له هي : $4y+2z-7=0$

ج / بين أن المستويان $\left(P\right)$ و $\left(P'\right)$ متقاطعان وفق مستقيم $\left(\Delta\right)$ يطلب تعيين تمثيل وسيطي له .

4) أ / بين أن المستقيم $\left(\Delta\right)$ يقطع المستوي $\left(ABC\right)$ في نقطة ω يطلب تعيين إحداثييها .

ب / استنتج أن ω هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC .

5) نعتبر النقطة G_α مرجح الجملة المثقلة $\left\{\left(A,\alpha^2-1\right),\left(B,\alpha^2+2\right),\left(C,-2\alpha^2\right)\right\}$ حيث α وسيط حقيقي .

- عين بدلالة α إحداثيات G_α واستنتج مجموعة النقط G_α عندما يتغير α في R .

التمرين الثاني :(03)

نعتبر المتتالية $\left(u_n\right)$ المعرفة بحدها الأول $u_1=\sqrt{e}$ و من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n+\frac{1}{3}n+1$

1) أحسب الحدود u_2 , u_3 , u_4 (تدور النتائج إلى 10^{-2}) .ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية $\left(u_n\right)$.

2) أ / برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 1$: $u_n\leq n+3$. ثم استنتج أن $\left(u_n\right)$ محدودة من الأعلى .

ب / بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 1$ فإن : $u_{n+1}-u_n=\frac{1}{3}\left(n+3-u_n\right)$ ثم استنتج إتجاه تغير المتتالية $\left(u_n\right)$.

ج / هل المتتالية $\left(u_n\right)$ متقاربة ؟ برر إجابتك ثم أحسب نهايتها إن أمكن .

3) نعتبر المتتالية $\left(v_n\right)$ المعرفة من أجل كل $n\geq 1$ ب : $v_n=u_n-n$.

أ / برهن أن $\left(v_n\right)$ متتالية هندسية يطلب تعيين حدها الأول وأساسها .

ب / أكتب عبارة u_n بدلالة n ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$ مرة أخرى .

4) نضع من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 1$:

$$S_n=\left(\frac{2}{3}\right)^1 v_1+\left(\frac{2}{3}\right)^2 v_2+.....+\left(\frac{2}{3}\right)^n v_n \quad , \quad S'_n=u_1+u_2+.......+u_n \quad \text{و} \quad T_n=\frac{S'_n}{n^2}$$

- أحسب المجموعين S_n و S'_n ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}T_n$.

التمرين الثالث : (05)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس المركب $(O,\vec{u},\vec{v})$ (وحدة الطول هي $2cm$)

لتكن A_1 و A_2 نقطتين لاحقتاهما $z_{A_1}=i$ و $z_{A_2}=1+2i$

1) برر وجود تشابه مباشر وحيد S حيث : $S(O)=A_1$ و $S(A_1)=A_2$.

2) بين أن العبارة المركبة للتشابه S هي : $z'=(1-i)z+i$ وعين خصائصه المميزة . (نرمز ب Ω إلى مركزه) .

3) نعتبر متتالية النقط (A_n) حيث $A_0=0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n يكون لدينا : $A_{n+1}=S(A_n)$, ونضع : $V_n=A_nA_{n+1}$, ولتكن z_n لاحقة النقطة A_n .

أ) مثل النقط A_0 , A_1 و A_2 ثم أنشيء النقط A_3 , A_4 , A_5 و A_6 .

ب) برهن أن المتتالية (V_n) هندسية أساسها $\sqrt{2}$. عين حدها الأول V_0 .

4) نضع : $U_n=\frac{2}{3^n}V_n$.

أ) أكتب عبارة U_n بدلالة n ثم استنتج أن المتتالية (U_n) هندسية مع تحديد أساسها وحدها الأول U_0.

ب) أحسب المجموع : $S_n=U_0+U_1+U_2+......+U_n$

التمرين الرابع: (07)

1) g دالة معرفة على R كما يلي : $g(x)=x+1-e^x$

أ / أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

ب / استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $g(x)\leq 0$.

2) f الدالة المعرفة على R كما يلي : $f(x)=\left(-2x^2-x+1\right)e^{-x}$

و (C_f) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$. وحدة الطول $2cm$.

أ / أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

ب / بملاحظة أن $f(x)=\left(-2-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right)x^2e^{-x}$ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا .

ج / بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=\left(2x^2-3x-2\right)e^{-x}$. عين إشارة $f'(x)$.

د / شكل جدول تغيرات الدالة f .

3) أ / عين معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

ب / بين انه من أجل كل عدد حقيقي x $f(x)-(1-2x)=(1-2x)\times g(x)\times e^{-x}$.

ج / استنتج وضعية المنحني (C_f) بالنسبة للمماس (T) .

4) أ / أدرس تقاطع (C_f) ومحور الفواصل .

ب / أرسم (T) والمماس (C_f) على المجال $]-1,+\infty[$.

5) F دالة معرفة على R ب : $F(x)=\left(ax^2+bx+c\right)e^{-x}$

أ / عين الأعداد الحقيقية a , b و c حتى تكون الدالة F دالة أصلية للدالة f على R .

ب / أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها $x=0$, $x=2$ و $y=1-2x$.