متقن سرار عبد الحميد — يوم : 2017/02/14
المستوى : 3 علوم تجريبية — المدة : ساعة

# فرض في مادة الرياضيات

## التمرين الأول :

الفضاء مزود بمعلم متعامد ومتجانس $\left(O\,;\vec{i}\,;\vec{j}\,;\vec{k}\right)$.

نعتبر النقط $A(1;2;-1)$ , $B(-3;-2;3)$ , $C(0;-2;-3)$.

**1. a)** أثبت أن النقط $A$ , $B$ و $C$ تعيّن مستويا .

**b)** بين أن الشعاع $\vec{n}\,(2;-1;1)$ ناظمي للمستوي $(ABC)$ .

**2.** نعتبر المستوي $(P): x+y-z+2=0$ .

- أثبت أن المستويين $(P)$ و $(ABC)$ متقاطعان وفق مستقيم يطلب تعيين تمثيل وسيطي له .

**3.** لتكن $G$ مرجح الجملة $\{(A;1);(B;-1)(C;2)\}$ .

**أ)** أوجد إحداثيات النقطة $G$.

**ب)** بين أن المستقيم $(CG)$ عمودي على المستوي $(P)$.

**ج)** عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم $(CG)$.

**د)** لتكن $H$ نقطة تقاطع المستوي $(P)$ مع المستقيم $(CG)$ . عين إحداثيات النقطة $H$.

**4.** عين $(S)$ مجموعة النقط $M$ من الفضاء حيث : $\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=12$ .

## التمرين الثاني :

**الجزء1 /** $g$ الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=\frac{1}{2}x^2-\ln(x)$ .

**1)** أدرس تغيرات الدالة $f$ ثم شكل جدول تغيراتها .

**2)** إستنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما $x$ فإن : $g(x)\geq\frac{1}{2}$ .

**الجزء 2 /** $f$ الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\frac{1}{2}x+\frac{\ln x}{x}$.

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O\,;\vec{i}\,;\vec{j}\right)$.

**1.** أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما $x$ فإن : $f'(x)=\frac{1+g(x)}{x^2}$ .

**2.** أدرس تغيرات الدالة $f$ . و شكل جدول تغيراتها .

**3.** أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-\frac{1}{2}x\right]$ . فسر النتيجة هندسيا .

**4.** عين $x_0$ فاصلة النقطة $A$ من $(C_f)$ التي يكون عندها المماس $(\Delta)$ موازيا للمستقيم ذو المعادلة $y=\frac{1}{2}x$ ثم أكتب معادلة المماس $(\Delta)$.

**5.** أثبت أن $(C_f)$ يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها $\alpha$ حيث $\frac{1}{2}<\alpha<1$

**6.** أثبت أن $(C_f)$ يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيينها .

**7.** أنشئ $(C_f)$ و $(\Delta)$ .

**8.** ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد نقاط تقاطع $(C_f)$ مع المستقيم ذو المعادلة $y=\frac{1}{2}x+m$ .