الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية **مديرية التربية لولاية ميلة**

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي (تجريبي) . **متقن سرار عبد الحميد – زغاية**

الشعبة : رياضيات . **دورة : ماي 2016**

اختبار في مادة : الرياضيات . **المدة : 04 ساعات ونصف .**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول :

التمرين الأول : (03)

1) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة للعدد 4^n على 11 .

2) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن العدد K حيث : $K=15^{5n+1}-2\times26^{5n+2}+3\times125^{5n+3}$

يقبل القسمة على 11 .

3) عين الأعداد الطبيعية n بحيث : $\begin{cases}15^{5n+1}+26^{5n+2}+3n\equiv0[11]\\8\le n\le50\end{cases}$.

التمرين الثاني : (06)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ النقط $A\left(3,2,6\right)$, $B\left(1,2,4\right)$, $C\left(4,-2,5\right)$

والمستوي (p) الذي معادلة له هي $2x+y-2z+4=0$.

1) أ – بين أن النقط A , B , C تعين مستويا .

ب – بين أن المستوي (ABC) هو المستوي (p) .

ج – أثبت أن المثلث ABC قائم .

د – أكتب معادلة للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة O ويعامد (p) .

ه – أحسب المسافة بين النقطة O والمستوي (p) .

و – أحسب حجم رباعي الوجوه $OABC$.

2) يرمز ب I لمركز ثقل المثلث ABC . و G إلى مرجح الجملة المثقلة $\left\{(O;3),(A;1),(B;1),(C;1)\right\}$.

أ – بين أن النقطة G تنتمي إلى المستقيم (OI) .

ب – أحسب المسافة بين النقطة G والمستوي (p) .

3) لتكن (Γ) مجموعة النقط M من الفضاء والتي تحقق : $\left\|3\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=6$.

- عين الطبيعة والعناصر المميزة للمجموعة (Γ) ثم عين تقاطعها مع المستوي (p) .

التمرين الثالث (04)

M نقطة من المستوي المركب لاحقتها z حيث : $z=x+iy$ (وحدة القياس $4cm$) .

1) $f(z)$ كثير الحدود المعرف في مجموعة الأعداد المركبة C كما يلي : $f(z)=z^2+\left[\frac{1}{2}-\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)i\right].z-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$

أ / أحسب $f(i)$ ثم استنتج الجذر الآخر لكثير الحدود $f(z)$.

ب / أكتب الجذرين السابقين على الشكل الأسي علما أن b هو التخيلي الصرف والآخر a .

2) نعرف التحويل النقطي T الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث : $z'=e^{\frac{2i\pi}{3}}z+i$

أ / حدد طبيعة التحويل T ثم عين عناصره المميزة .

ب / أنشيء النقط Ω , M_1 , M_2 حيث Ω النقطة الصامدة بالتحويل T , $T(O)=M_1$ و $T(M_1)=M_2$.

3) نعرف متتالية نقط المستوي كما يلي : $M_0=O$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $M_{n+1}=T(M_n)$

نسمي z_n لاحقة النقطة M_n ونضع : $Z_n=z_n-\omega$ حيث ω لاحقة النقطة Ω .

أ / أحسب : $\frac{Z_{n+1}}{Z_n}$ جد عبارة Z_n بدلالة n واستنتج عندئذ z_n .

ب / حدد موقع النقطة M_{2016} .

التمرين الرابع (07)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]-1,+\infty[$ ب : $g(x)=(1+x)^2-1+\ln(1+x)$

1) أدرس تغيرات الدالة g وشكل جدول تغيراتها .

2) أحسب $g(0)$ واستنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-1,+\infty[$.

II) f دالة معرفة على المجال $]-1,+\infty[$ كما يلي : $f(x)=x-\frac{\ln(1+x)}{1+x}$

نسمي (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1) أحسب $\lim\limits_{x\to-1} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

2) أ – أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب – بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ مقارب للمنحني (C_f) .

ج – عين نقط تقاطع (C_f) والمستقيم (Δ) وأدرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) والمستقيم (Δ) .

3) أ - بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1,+\infty[$ فإن : $f(x)=\frac{g(x)}{(x+1)^2}$.

ب – استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

ج – أنشيء المستقيم (Δ) و المنحني (C_f) .

4) بين انه من أجل كل x من المجال $[0,4]$ يكون $f(x)$ ينتمي إلى $[0,4]$.

5) أ – بين أن الدالة F حيث : $F(x)=\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}\ln^2(1+x)$ هي دالة أصلية للدالة f على المجال $]-1,+\infty[$.

ب – استنتج مجموعة الدوال الأصلية للدالة f ثم عين من بينها التي تأخذ القيمة $\frac{-1}{2}\ln^2 3$ من أجل $x=2$.

III) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة كما يلي : $u_0=4$ و $u_{n+1}=f(u_n)$

1) أ / باستعمال المنحني (C_f) والمستقيم $(\Delta):y=x$. علم على محور الفواصل الحدود u_0 , u_1 , u_2 و u_3 .

ب / برهن أنه من أجل كل n من N يكون $u_n\in[0,4]$.

ج / أدرس رتابة المتتالية (u_n) ثم استنتج أنها متقاربة .

د / نرمز ب ℓ لنهايتها , عين قيمة ℓ .

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (05)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

نعتبر النقط: $A(0;2;-1)$ ، $B(0;0;1)$ ، $C(0;0;-1)$ و $H(0;0;h)$ حيث h ينتمي إلى $R-\{-1,1\}$

1) تحقق من أن : $z=h$ هي معادلة ديكارتيه للمستوى (P_h) المار بالنقطة H و العمودي على المستقيم (BC)

2) أ-اكتب تمثيلا وسيطي للمستقيم (AB)واستنتج أن جملة المعادلتين، التالية:

$\begin{cases} x=0 \\ y+z-1=0 \end{cases}$ ، هي تمثيل ديكارتي للمستقيم (AB)

ب- تحقق من أن المستقيم (AB) يقطع المستوى (P_h) في النقطة $N(0;1-h;h)$

3) نعتبر، في الفضاء، المستقيمين (Δ) و (Δ') حيث:

$$(\Delta'):\begin{cases} x=-2t+2 \\ y=2t \\ z=-2t+1 \end{cases} \quad ;t\in R \qquad و \qquad (\Delta):\begin{cases} x-z=1 \\ y=0 \end{cases}$$

ا لمستقيمان (Δ) و (Δ')يقطعان المستوى (P_h) في النقطتين P و Q،على الترتيب.

عين، بدلالة h ، إحداثيات كل من النقطتين P و Q.

4) أ- بين أن الرباعي $HPQN$ مستطيل.

ب- نفرض أن h ينتمي إلى $]-1;1[$. بين أن محيط المستطيل $HPQN$ عدد ثابت، يطلب تحديده.

التمرين الثاني: (04)

I) في المستوي المنسوب إلى معلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ نعتبر المستقيم (Δ) ذي المعادلة $5x-y+3=0$ ....(1) .

1) بين أنه إذا كانت الثنائية (x,y) حل للمعادلة (1) فإن $(y-3)$ مضاعف ل 5 .

2) جد جميع نقاط المستقيم (Δ) التي إحداثياتها أعداد صحيحة .

II) نعتبر المتتاليتين (x_n) و (y_n) المعرفتين كما يلي :

$x_0=1$, $y_0=8$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $\begin{cases} x_{n+1}=\dfrac{7}{3}x_n+\dfrac{1}{3}y_n+1 \\ y_{n+1}=\dfrac{20}{3}x_n+\dfrac{8}{3}y_n+5 \end{cases}$

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n النقطة $M_n(x_n,y_n)$ تنتمي إلى المستقيم (Δ) .

- إستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n , $x_{n+1}=4x_n+2$.

2) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n , $x_n\in N$, استنتج أن $y_n\in N$.

3) نضع : $PGCD(x_n,y_n)=d$, ماهي القيم الممكنة للعدد الطبيعي d ؟

4) أ - برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n , $x_n=\dfrac{5}{3}\times 4^n-\dfrac{2}{3}$.

ب – استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n , العدد $5\times 4^n-2$ يقبل القسمة على 6 .

التمرين الثالث : (05)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس المركب $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$ (وحدة الطول هي $2cm$)

لتكن A_1 و A_2 نقطتين لاحقتاهما $z_{A_1}=i$ و $z_{A_2}=1+2i$

1) برر وجود تشابه مباشر وحيد S حيث : $S\left(O\right)=A_1$ و $S\left(A_1\right)=A_2$.

2) بين أن العبارة المركبة للتشابه S هي : $z'=\left(1-i\right)z+i$ وعين خصائصه المميزة . (نرمز ب Ω إلى مركزه) .

3) نعتبر متتالية النقط $\left(A_n\right)$ حيث $A_0=0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n يكون لدينا : $A_{n+1}=S\left(A_n\right)$, ونضع :

$V_n=A_nA_{n+1}$, ولتكن z_n لاحقة النقطة A_n .

أ) مثل النقط A_0 , A_1 و A_2 ثم أنشيء النقط A_3 , A_4 , A_5 و A_6 .

ب) برهن أن المتتالية $\left(V_n\right)$ هندسية أساسها $\sqrt{2}$. عين حدها الأول V_0 .

4) نضع : $U_n=\dfrac{2}{3^n}V_n$.

أ) أكتب عبارة U_n بدلالة n ثم استنتج أن المتتالية $\left(U_n\right)$ هندسية مع تحديد أساسها وحدها الأول U_0.

ب) أحسب المجموع : $S_n=U_0+U_1+U_2+......+U_n$

التمرين الرابع : (06)

الدالتان العدديتان f و g معرفتان على المجال $]0;+\infty[$كمايلي:

$$f\left(x\right)=2x+1+\frac{1-\ln x}{x} \quad \text{و} \quad g(x)=2x^2-2+\ln x$$

$\left(C_f\right)$ التمثيل البياني للدالة f في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(o;\vec{i},\vec{j}\right)$

1) أ) أثبت أن الدالة g متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$.

ب) أحسب $g\left(1\right)$ ثم استنتج ،حسب قيم x، إشارة $g\left(x\right)$.

2) أ) أحسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$. ثم فسّر هندسيا النتيجة .

ب) أثبت أن المستقيم (Δ)ذي المعادلة $y=2x+1$ هو مقارب مائل للمنحنى $\left(C_f\right)$.

جـ) أدرس وضعية المنحنى $\left(C_f\right)$ بالنسبة للمستقيم (Δ).

3) أثبت أنه ،من أجل كل x من $]0;+\infty[$،فإن : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

4) أنشئ كلا من (Δ) و $\left(C_f\right)$.

5) نضع ،من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n=\int_{e^n}^{e^{n+1}}\left(f\left(x\right)-\left(2x+1\right)\right)dx$

أ) أحسب U_n،بدلالة n، ثم استنتج طبيعة المتتالية $\left(U_n\right)$.

ب) لتكن A مساحة حيز المستوى؛المحدد بالمنحنى $\left(C_f\right)$ وبالمستقيم (Δ) وبالمستقيمين الذين معادلتان لهما: $x=1$, $x=e^2$. تحقق من أن : $A=\left(U_0-U_1\right)\ ua$

6) نعتبر الدالة h،المعرفة على المجال $]0;+\infty[$، بالعلاقة : $h(x)=x^2(1+\ln x)-3x+2$

أ) أثبت أنه ،من أجل كل x من $]0;+\infty[$، فإن : $\dfrac{h(x)}{x}=f\left(\dfrac{1}{x}\right)-4$.ثم استنتج أن $h(x)\geq 0$

ب) عين xبحيث يكون $h(x)=0$