الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — **مديرية التربية لولاية ميلة**

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي (تجريبي) . — **متقن سرار عبد الحميد – زغاية**

الشعبة : تسيير واقتصاد . — **دورة : ماي 2016**

اختبار في مادة : الرياضيات . — **المدة : 03 ساعات ونصف .**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول :

التمرين الأول : (4,5)

(U_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي : $u_0=1$ و $U_{n+1}=\frac{7}{5}U_n-\frac{7}{5}$

1) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n \prec \frac{7}{5}$.

2) أدرس إتجاه تغيرات المتتالية (U_n) . استنتج أن (U_n) متتالية متقاربة .

3) لتكن المتتالية (V_n) المعرفة ب : $V_n=aU_n+b$ حيث a و b عددان حقيقيان مع $a\neq 0$.

عين a و b حتى تكون (V_n) متتالية هندسية حدها الأول $V_0=-5$ ويطلب تعيين أساسها r .

4) نفرض أن : $a=2$ و $b=-7$.

أ) برهن أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها وحدها الأول .

ب) أكتب عبارة الحد V_n بدلالة n .

5) أحسب المجموع : $S=V_0+V_1+........+V_n$. استنتج المجموع $S'=V_0^3+V_1^3+V_2^3+.......+V_n^3$

التمرين الثاني : (4,5)

الجدول التالي يمثل تطور مؤشر أسعار السكنات في الجزائر العاصمة بين سنتي 2010 و 2016

(بأخذ الأساس 100 في سنة 2010) .

السنة	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
الرتبة x_i	0	1	2	3	4	5	6
المؤشر y_i	100	106,3	114,3	126,1	143,6	166,3	181,5

1) مثل سحابة النقط $M(x_i, y_i)$ المرفقة بالسلسلة الزمنية في معلم متعامد ومتجانس مبدؤه $O(0,100)$ بحيث :

- على محور الفواصل $2cm$ تمثل 1 سنة . على محور التراتيب $1cm$ يمثل 10 .

2) شكل السحابة يوحي بتعديل أسي . من أجل هذا نضع : $z_i=\ln y_i$

أ / أكمل الجدول التالي :

الرتبة x_i	0	1	2	3	4	5	6
$z_i=\ln y_i$	$4,605$						

ب / بين أن معادلة مستقيم الإنحدار المعدل ل z بدلالة x بطريقة المربعات الدنيا تعطى بالشكل : $z=0,104x+4,564$

(تعطى المعاملات مدورة إلى 10^{-3}) .

ج / استنتج تعديلا ل y بدلالة x .

3) نأخذ : $y \approx 96.e^{0,104x}$

أ / عين أصغر عدد طبيعي n حيث : $96e^{0,104n} \geq 250$

ب / أعط تفسيرا لهذه النتيجة .

التمرين الثالث (05)

يحوي كيس على : خمس كرات حمراء تحمل الأرقام : 2 , 2 , 2 , -3 , -3 .

أربع كرات بيضاء تحمل الأرقام : -3 , 2 , 2 , -3 .

وكرة سوداء تحمل الرقم : 1 .

كل الكرات متماثلة لانفرق بينها عند اللمس .

نسحب عشوائيا من الكيس كرتين دون إرجاع .

1) شكل شجرة الإحتمالات التي تترجم هذه الوضعية في الحالتين التاليتين :

أ / باعتماد ألوان الكرات .

ب / باعتماد الأرقام المسجلة على الكرات .

2) أحسب إحتمال الحصول على :

- كرتين من نفس اللون .
- كرتين من لونين مختلفين .
- كرتين تحملان عددا جداءهما سالب .

3) نعرف من أجل كل سحبة العدد الحقيقي X الذي يساوي جداء العددين المحصل عليهما .

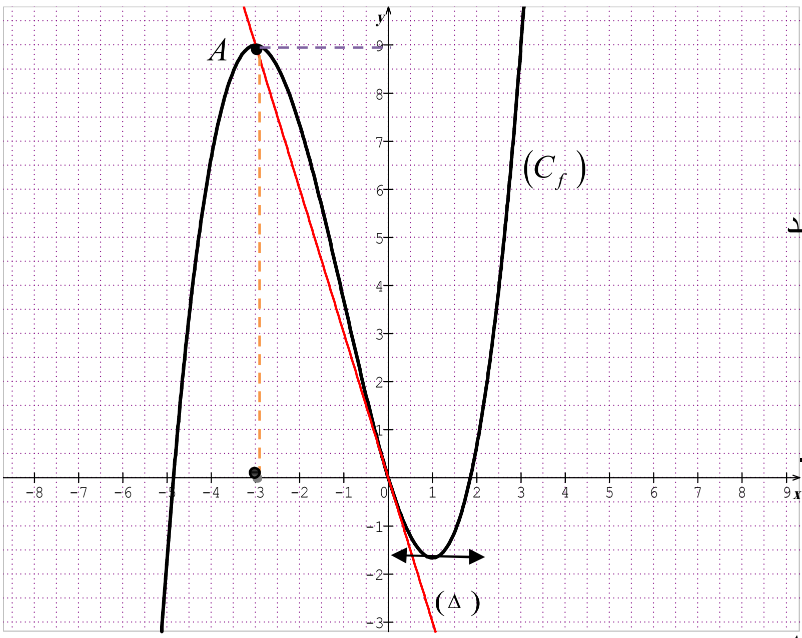
أ / حدد القيم الممكنة ل X .

ب / عرف قانون الإحتمال ل X , ثم أحسب أمله الرياضي .

التمرين الرابع : (6)

I) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على R ب : $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ حيث a , b , c و d أعداد حقيقية .

وبيانها (C_f) موضح كما في الشكل :



1) عين قيم $f(0)$, $f(-3)$ و $f'(1)$.

2) أ / عين معامل توجيه المستقيم (Δ) مماس المنحني (C_f) عند المبدأ O ثم استنتج $f'(0)$.

ب / أكتب معادلة (Δ) مماس المنحني (C_f) عند المبدأ O .

3) أ/ بين أنه من أجل كل x من R فإن :

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

ب/ عين قيم a , b و c إعتمادا على ماسبق .

I I) نضع فيما يلي: $a = \frac{1}{3}$, $b = 1$, $c = -3$ و $d = 0$.

1) أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

2) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $\left[\frac{3}{2}, 2\right]$.

3) عين F مجموعة الدوال الأصلية للدالة f على R , ثم عين الدالة الأصلية الوحيدة للدالة f بحيث $F(0) = 2$.

4) أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها $x = -3$, $x = 0$, $y = -3x$.

الموضوع الثاني:

التمرين الأول : (4)

ثلاثة أكياس متماثلة U_1 , U_2 , U_3 كل منها يحوي 6 كريات متماثلة , الكيس U_1 يحوي كرتين بيضاويتين وأربع كريات حمراء , الكيس U_2 يحوي ثلاث كريات بيضاء وثلاث كريات حمراء , والكيس U_3 يحوي خمس كريات بيضاء وكرية حمراء .

نختار عشوائيا كيسا ثم نسحب منه كرية واحدة دون اختيار .

1) شكل شجرة الإحتمالات التي تنمذج هذه الوضعية .

2) ماحتمال سحب كرية بيضاء من الكيس U_3 ؟

3) ماحتمال سحب كرية بيضاء ؟

4) علما أن الكرية المسحوبة بيضاء , ماحتمال أن تكون من الكيس U_3 ؟

التمرين الثاني : (5)

الجدول التالي يمثل إنتاج الطاقة الكهربائية في بلد أوروبي مقدرة بملايير KWh (كيلوواط في الساعة)

بين سنتي 1979 و 2004 (رتبة السنوات مقدرة إبتداءا من 1975).

السنة	1975	1985	1990	1995	2000	2001	2002	2003	2004
الرتبة x_i	4	10	15	20	25	26	27	28	29
الإنتاج y_i	37,9	213,1	297,9	358,8	395,2	401,3	416,5	420,7	427,7

1) مثل سحابة النقط $M_i(x_i , y_i)$ للسلسلة الزمنية المرفقة بأخذ :

$\theta(0,0)$ و **على محور الفواصل** : 2cm يمثل 5 سنوات . **على محور التراتيب** 1cm يمثل 50 مليار KWh .

2) أ **/** أعط معادلة مستقيم الإنحدار المعدل خطيا ل y بدلالة x (المعاملات تعطى مدورة إلى 10^{-2}).

ب / إعتمادا على هذا التعديل كم تتوقع أن يكون إنتاج الطاقة الكهربائية سنة 2005 ؟ .

ج / في الواقع سنة 2005 كان إنتاج الطاقة الكهربائية مقدرا ب 430 مليار KWh .

* ماهي النسبة المئوية للخطأ المرتكب باستعمال التعديل الخطي مقارنة مع القيمة الحقيقية (النسبة المئوية مدورة إلى 10^{-3})

3) شكل السحابة يوحي بتعديل لوغاريتمي , من أجل ذلك نختار الدالة f المعرفة على المجال $]4,+\infty[$ ب :

$$f(x) = 197\ln x - 237$$

أ / حسب هذا التعديل كم سيكون إنتاج الطاقة الكهربائية سنة 2005 ؟ أي التعديلين أدق ؟

ب / في المجال $]4,+\infty[$ حل المتراجحة $f(x) \geq 460$.

ج / بواسطة هذا التعديل , إبتداءا من أي سنة يتجاوز إنتاج الطاقة الكهربائية 460 مليار KWh ؟

التمرين الثالث (04)

لتكن المتتالية العددية (u_n) حيث: $u_0 = \ln 2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = 3u_n + \ln 2$

1) احسب الحدود u_1 ، u_2 .

2) (v_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = u_n - \alpha$ ، مع α عدد حقيقي غير معدوم

أ / أحسب الحدين v_0 ، v_1 بدلالة α .

ب / عين قيمة العدد α حتى تكون (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = 3$.

ج / فيما يلي نعتبر $\alpha = \dfrac{-\ln 2}{2}$.

د / بين أن (v_n) متتالية هندسية، يطلب تعيين أساسها q وحدها الأول v_0 .

3) اكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n .

4) استنتج عبارة u_n بدلالة n .

5) احسب نهاية المتتالية (u_n) .

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I) لتكن الدالة g المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ: $g(x) = x^2 - 2\ln x$

1) أ/ أثبت أن: $\lim_{x \to +\infty} g(x) = +\infty$.

ب/ شكل جدول تغيرات الدالة g .

2) إستنتج أنه من أجل عدد حقيقي x موجب تماما: $g(x) \geq 1$

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $]0,+\infty[$ كما يلي : $f(x) = \dfrac{x^2 + 2\ln x + 2}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد $(O\ ,\ \vec{i}\ ,\ \vec{j})$

1) أ/ أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0,+\infty[$ فإن: $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$

ب/ شكل جدول تغيرات الدالة f .

2) أ/ أثبت أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ هو مستقيم مقارب مائل لـ (C_f).

ب/ بملاحظة أن: $f(x) - x = \dfrac{2}{x}(1 + \ln x)$ إستنتج الوضع النسبي لمنحنى الدالة f والمستقيم (Δ) .

جـ/ أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

د/ أنشئ (T) , (Δ) و (C_f) .

3) أ / بين الدالة F حيث : $F(x) = \dfrac{x^2}{2} + (\ln x)^2 + 2\ln x$ هي دالة أصلية للدالة f على المجال $]0,+\infty[$.

ب / أحسب A مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيمات $x = 1$, $x = 2$ و $y = 0$.