الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية ميلة

امتحان البكالوريا التجريبي — دورة: ماي 2015

الشعبة : تقني رياضي

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 4 ساعات ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول : (05 نقاط).

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

نعتبر النقط $A(6;0;0)$ ، $B(0;6;0)$ ، $C(0;0;6)$ ، $D(-2;-2;-2)$

1- أ) بين أن النقط A ، B و C تعين مستو (p) معادلته $x+y+z-6=0$

ب) تحقق أن المستقيم (OD) عمودي على المستوى (p) و اكتب تمثيلا وسيطي للمستقيم (OD)

جـ) H المسقط العمودي للنقطة O على المستوى (p)

عين إحداثيات النقطة H وتحقق أنها مركز الدائرة (C) المحيطة بالمثلث ABC

2- ليكن (Q) المستوى المحوري للقطعة $[CD]$

أ) بين أن : $x+y+4z-6=0$ هي معادلة ديكارتيه للمستوى (Q)

ب) بين أن (OD) يقطع (Q) في نقطة Ω يطلب تعيين إحداثياتها.

3- (S) سطح الكرة التي مركزها Ω و نصف قطرها $3\sqrt{3}$

أ) اكتب معادلة ديكارتيه للسطح (S) وتحقق أنها تشمل النقط A ، B ، C و D

ب) بين أن (S) و (p) يتقاطعان وفق الدائرة (C)

التمرين الثاني: (04.5 نقاط)

المستوى منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$

A النقطة ذات اللاحقة i و M_1 النقطة ذات اللاحقة z_1 حيث : $z_1=\frac{\sqrt{3}-1}{2}(1-i)$

1/ عين الطويلة وعمدة للعدد z_1

2/ النقطة M_2 ذات اللاحقة z_2 هي صورة النقطة M_1 بالدوران r الذي مركزه النقطة O و زاويته $\frac{\pi}{2}$

أ- عين الطويلة وعمدة للعدد z_2 ثم اكتبه على الشكل الجبري.

ب- بين أن النقطة M_2 تنتمي إلى المستقيم الذي معادلته $y=x$

3/ النقطة M_3 ذات اللاحقة z_3 هي صورة النقطة M_2 بالتحاكي h الذي مركزه النقطة O و نسبته $2+\sqrt{3}$

أ- بين أن : $z_3=\frac{1+\sqrt{3}}{2}(1+i)$

ب - عين z لاحقة نقطة M من الدائرة (C) التي مركزها A ونصف قطرها $\sqrt{2}$ ثم بين أن M_1 و M_3 تنتميان

إلى الدائرة (C)

4/ أ- اكتب الشكل المركب للتشابه المباشر S الذي مركزه النقطة O و يحول M_1 إلى M_3

ب - أشرح كيفية إنشاء M_1 ، M_2 و M_3

التمرين الثالث :(03.5 نقاط)

x و y طبيعيان عددان أوّليان فيما بينهما.

1) اثبت أنّ xy و $\left(x^2+y^2\right)$ أوّليان فيما بينهما.

2) جد جميع الثنائيات المرتبة $(a;b)$ من الاعداد الطبيعية الّتي تحقق: $a^3+b^3=2240$ و $PPCM\left(a;b\right)=24$

التمرين الرابع:(07 نقاط)

لتكن الدالة العددية f المعرفة على $[0\ ;\ +\infty[$ كما يأتي :

$f(0)=0$ و من أجل x من المجال $]0\ ;\ +\infty[$ ؛ $f(x)=x^2(1-2\ln x)$

(ζ_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ) احسب نهاية f عند $+\infty$

ب) بين أن : $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}=0$ ، فسّر النتيجة هندسيا .

ج) بين أن f قابلة للاشتقاق على $]0\ ;\ +\infty[$ و أن : $f'(x)=-4x\ \ln x$

د) ادرس اتجاه تغير الدالة f على $]0\ ;\ +\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2) أ) عين إحداثيات نقطتي تقاطع (ζ_f) مع حامل محور الفواصل.

ب) اكتب معادلة للمستقيم (d) مماس المنحنى (ζ_f) عند النقطة ذات الفاصلة $\sqrt{e}$

ج) أنشئ المماس (d) و المنحنى (ζ_f)

1) أ) بين أن الدالة g المعرفة على $]0\ ;\ +\infty[$ بـ : $g(x)=\dfrac{x^3}{9}(5-6\ln x)$ هي دالة أصلية للدلة f على $]0\ ;\ +\infty[$

ب) λ عدد حقيقي من المجال $\left]0\ ;\sqrt{e}\right[$ ،احسب بدلالة λ المساحة $S(\lambda)$ للحيز المستوى المحدد بالمنحنى (ζ_f) و حامل محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتاهما : $x=\lambda$ و $x=\sqrt{e}$

ج) احسب نهاية $S(\lambda)$ لما λ يؤول إلى 0 .

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (04.5 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

نعتبر النقط $A(2;1;3)$ ، $B(-3;-1;7)$ ، $C(3;2;4)$ و المستقيم (D) المعرف بتمثيله الوسيطي :

$$\begin{cases} x=-7+2t \\ y=-3t \\ z=4+t \end{cases} \quad ; \quad t\in\mathbb{R}$$

1) أ/ بين أن النقط A،B و C ليست في إستقامية .

ب/ بين أن المستقيم (D) يعامد المستوى (ABC) ثم عين معادلة للمستوى (ABC)

2) لتكن H نقطة تقاطع المستوى (ABC) و المستقيم (D)

أ / بين أن النقطة H هي مرجح الجملة $\{(A;-2),(B;-1),(C;2)\}$

ب/ عين مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق : $\left(-2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right).\overrightarrow{CB}=0$

3) أ/ بيّن أن المستوى (ABC) و المستوى (p) الذي $2x+y-z+18=0$ معادلة له يتقاطعان وفق مستقيم (Δ)

ب/ عين الوضع النسبي للمستقيمين (Δ) و (D) .

التمرين الثاني : (05 نقاط)

1) حل ، في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ ، المعادلة : $4z^2-2z+1=0$

2) ليكن z العدد المركب حيث: $z=\frac{1}{4}+i\frac{\sqrt{3}}{4}$

أ) عين شكلا مثلثيا لكل من العددين z و $\bar{z}$

ب) ليكن العدد المركب L_k حيث: $L_k=\left(\frac{1}{4}+i\frac{\sqrt{3}}{4}\right)^k-\left(\frac{1}{4}-i\frac{\sqrt{3}}{4}\right)^k$ (k عدد صحيح نسبي).

بين أن $L_k=\frac{1}{2^{k-1}}i\sin\frac{k\pi}{3}$ ثم استنتج قيمة العدد L_{2013}

3) نعتبر في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ النقطتين A ، B ذات اللاحقتين: $z_B=2-2i\sqrt{3}$ ، $z_A=2+2i\sqrt{3}$ على الترتيب و C صورة النقطة B بالدوران R الذي مركزه النقطة A وزاويته $\frac{\pi}{3}$

أ) عيّن z_C لاحقة النقطة C

ب) بين أن المثلث ABC متقايس الأضلاع .

التمرين الثالث :(03 نقاط)

اذكر إن كانت كل جملة من الجمل التالية صحيحة أو خاطئة مع التعليل.

1) العدد 2017 أولي .

2) العددان 2019 و 1437 أوّليان فيما بينهما.

3) المعادلة $24x+35y=9$ تقبل حلا على الأقل في مجموعة الأعداد الصحيحة.

4) حلول المعادلة $24x+35y=9$ هي الثنائيات $(70k-144;99-24k)$

حيث: x و y و k أعداد صحيحة .

5) العدد 1434 يكتب $\overline{809}^x$ في نظام عد أساسه x

التمرين الرابع (07.5 نقاط)

الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\left(3x^2+2x-2\right)e^{-x}$

$\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$

1)-أ- برهن أنّ: $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x^2e^{-x}\right)=0$ ثمّ احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(x\right)$ وفسّر هندسيا النّتيجة.

-ب- احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f\left(x\right)$

2) ادرس تغيرات الدالة f و أنجز جدول تغيراتها.

3) برهن أنّ المنحنى $\left(C_f\right)$ يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيينهما.

4) اكتب معادلة للمماس $\left(T\right)$ للمنحنى $\left(C_f\right)$ في النقطة ذات الفاصلة 0؛ثمّ ارسم $\left(T\right)$ و $\left(C_f\right)$.

5) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m وجود وعدد و إشارة حلول المعادلة الاتية ذات المجهول الحقيقي x

$3x^2+2x-2=me^x$.

6) F هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $F\left(x\right)=\left(ax^2+bx+c\right)^{-x}$ حيث c,b,a أعداد حقيقية.

ا- عيّن الأعداد c,b,a حتى تكون الدالة F أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

ب - λ عدد حقيقي حيث $\lambda>2$.احسب $S\left(\lambda\right)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى $\left(C_f\right)$ والمستقيمات التي معادلاتها: $y=0,x=2,x=\lambda$ ثمّ احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} S\left(\lambda\right)$.

7) الدالة g معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=\left[f(x)\right]^2$

ا- احسب $g'(x)$ بدلالة $f'(x)$ و $f'(x)$,ثمّ استنتج إشارة $g'\left(x\right)$.

ب- شكّل جدول تغيرات الدالة g .