الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

المفتشية العامة للبيداغوجيا **مديرية التعليم الثانوي العام والتكنولوجي**

التدرجات السنوية

مادة الرياضيات

السنة الثالثة من التعليم الثانوي

سبتمبر 2018

تقديم:

جاءت هذه التدرجات نتيجة لجهود السادة مفتشي التربية الوطنية وللملاحظات الميدانية التي أفادوا بها المفتشية العامة خاصة ما تعلق منها بالتأخّر المسجل في تنفيذ المنهاج، في بعض الشعب، خلال السنة الدراسية 2017/2016 وكذا الاختلالات التي برزت نتيجة لعوامل موضوعية منها ما تعلق بتوظيف الأساتذة الجدد. نستمر في السنة الدراسية 2019/2018 العمل بهذه التدرجات

إنّ أبرز ما جاءت به هذه التدرجات التي تدخل ضمن التعديل البيداغوجي، الجاري العمل به مع مطلع هذه السنة الدراسية يتمحور حول ضبط التعلمات من حيث تدرجها والوعاء الزمني المخصص لها مع مراعاة التوازن في توزيع كثافة المحتويات وإعطاء مكانة خاصة لميدان الإحصاء والاحتمالات على امتداد سنوات التعليم الثانوي. وتماشيا مع هذا التوجه نذكّر على سبيل المثال أنّه تم إدراج بعض المفاهيم في الإحصاء في السنة الأولى والتي كانت مدرجة في السنة الثانية كما تم تقديم تناول موضع الاحتمالات في السنتين الثانية والثالثة.

احتوت هذه الوثيقة على شروحات وافية عن كيفية تناول كل موضوع حسب كل شعبة مع اقتراح مقاربات وأمثلة عن ذلك. وعليه فالاطلاع الجيد على ما جاء في هذه الوثيقة يسمح للأستاذ خاصة الجدد منهم بفهم نيات المفتشية العامة في إحداث أرضية تربوية تساعد على الاستعداد للانطلاق في إصلاح التعليم الثانوي، كما تمكن الأستاذ من بالتزود بأدوات بيداغوجية تساعده على مواكبة الإصلاح المنتظر لمرحلة التعليم الثانوي.

نشير إلى أنّ كل تدرج تسبقه مجموعة من التوجيهات والإرشادات التي تساعد على إبراز المقاربة المتبناة من البرنامج عند تناول الموضوع المعني.

جويلية 2018

المفتشية العامة للبيداغوجيا

مذكرة منهجية:

لقد أثبت العمل بهذه التدرجات خلال السنة الدراسية 2018/2017 نجاعته خاصة بعد التعديل البيداغوجي الذي أعدّ خلال الفصل الثاني والذي مكّن التلاميذ والأساتذة من تخطي الصعوبات التي تعرضوا لها جراء الاضطرابات التي حدثت أنذاك. إنّ هذه التجربة تؤكد لنا على ضرورة وأهمية توخي المرونة في استخدام هذه التدرجات حسب متطلبات السياق المدرسي الذي عادة ما يحمل جملة من المتغيرات التربوية والمهنية إضافة إلى حالات طارئة وقد تكون في بعض الأحيان مفاجئة للأستاذ وللتلميذ وحتى للأولياء.

ومن هذا المنطلق ندعو كل الأساتذة إلى اعتماد هذه التدرجات خلال هذه السنة الدراسية 2019/2018 في تخطيط وتنظيم تعلّمات تلاميذهم وفي إعداد دروسهم، وذلك بالتنسيق مع أساتذة المادة على مستوى الثانوية وتحت الإشراف المباشر لمفتش التربية الوطنية بالمقاطعة، كما نؤكد في هذا الشأن على أهمية التكفل بالأساتذة الجدد والذين وظفوا مع مع مطلع هذه السنة الدراسية.

إنّ أهم ما يأخذه الأستاذ بخصوص الجانب التعليمي أي الديداكتيكي هو التركيز في ميدان الإحصاء والاحتمالات على إتاحة الفرصة للتلاميذ في اتجاهين الأول يتعلق بإدراك **مفهوم التجربة العشوائية** والثاني يتعلق بإدراك **مفهوم المحاكاة** وذلك من خلال ممارسة، في السنة الأولى، التجارب العشوائية والبحث عن مخارجها وكذلك إجراء المحاكاة لتجارب عشوائية باستعمال المجدولات. والتوضيح أكثر نشير إلى أنّ هذه الممارسة تمثل نقطة انطلاق وتمهيد للسنة الثانية عند تقديم **مفهوم الاحتمال وفق المقاربة التواترية** التي ينص عليها المنهاج الرسمي، إذ لا يمكن تناول مفهوم الاحتمال في السنة الثانية، من منطلق المنهاج دون التطرق إلى المفهومين السابقين. ففي السنة الثانية يعتمد التلميذ على المفهومين السابقين لكي يتناول مفهوم **تذبذب العيّنات** ثمّ **ميولها نحو الاستقرار** ثمّ **أمثلة التواترات فمفهوم الاحتمال** وأخيرا **الحساب على الاحتمالات** واستعمال **شجرة الاحتمالات**. وفي السنة الثالثة يتواصل العمل بتدعيم مفهوم الاحتمال وتوسيع الحساب على الاحتمالات.

نرجو من السادة الأساتذة العمل بهذا التوجه في ميدان الإحصاء والاحتمالات على امتداد سنوات التعليم الثانوي في الشعب المعنية بذلك.

التدرجات السنوية

مادة الرياضيات

السنة الثالثة شعبة آداب وفلسفة وشعبة لغات أجنبية

السنة الثالثة شعبتا آداب وفلسفة + آداب ولغات أجنبية ـــــــــــــــ توجيهات وتعاليق وأمثلة لأنشطة

المتتاليات العددية:

(1) • نقدّم متتاليات مولدة بطرق مختلفة انطلاقاً من أمثلة بسيطة مرتبطة بمحيط التلميذ يعبر التلميذ.

• يمكن الاستعانة بحاسبة أو مجدول لتوليد متتالية.

(2) • نذكر النتائج المحصل عليها في السنة الثانية ثانوي حول المتتاليات الحسابية والهندسية.

(3) • تقترح أمثلة تعالج التطور الديموغرافي، تطور الإنتاج ...

(4) • من خلال أمثلة نبين أنّ المتتالية ذات الحد العام $v_n = u_n - \frac{b}{1-a}$ هي متتالية هندسية ونستعمل ذلك لحساب u_n و S_n بدلالة n حيث: $S_n = u_1 + u_2 + ... + u_n$ و n غير معدوم.

الحساب:

(5) • يستعمل التلميذ حاسبة لتعيين باقي القسمة الإقليدية.

(6) • نجعل التلميذ يستعمل خواص الموافقة في تمارين متنوعة مثل تحديد يوم من الأسبوع علم تاريخه، انطلاقاً من معرفة يوم وتاريخه، ومفتاح مراقبة لحجز رقم تشخيص، ميزان القسمة.

• ننبه التلميذ إلى عدم تطبيق كل خواص المساواة على الموافقة، فمثلا: $21 \equiv 27 [6]$ لكن $7 \not\equiv 9 [6]$.

• تقترح أمثلة بسيطة للتشفير وربطها بالموافقات.

(7) • نكتفي بالتعريف و انشطة بسيطة من اجل ابراز ان التعميم في الرياضيات لا يقتصر على بعض الحالات الخاصة بل يحتاج الى برهان و يركز الاستاذ على تقديم امثلة تتحقق فيها الخاصية من اجل اعداد طبيعية محدودة ولا تتحقق في حالات اخري .

- يستثنى البرهان بالتراجع من التقويمات الرسمية.

الـــدوال:

(8) • تستغل مكتسبات التلاميذ في السنة الثانية ثانوي، حول المتراجحات من الدرجتين الأولى والثانية، لتحديد اتجاه تغيّر دالة على مجال.

(9) • تغتنم فرصة دراسة دوال كثيرة الحدود من الدرجة الثالثة على الأكثر في طرح مشكل النهايات في اللانهاية وذلك باعتماد مقاربة حدسية، واستعمال حاسبة بيانية أو مجدول لحساب الصور من أجل القيم الكبيرة للمتغير x.

- نصل بالتلاميذ إلى تخمين على أنّ نهاية هذه الدالة هي نهاية الحد الأعلى درجة.
- (10) لإبراز هذا الارتباط، تقترح أنشطة وتمارين من قبيل تعيين المنحنى الموافق من بين عدّة منحنيات لجدول تغيّرات معيّن والعكس.
- تأثر تزايد (أو تناقص) الدالة المشتقة على التمثيل البياني للدالة.
- توظيف الدوال كثيرة الحدود والدوال التناظرية في حل مشكلات ومسائل الاستمثال.
- (11) تُقبل النتائج المتعلقة بالمستقيمات المقاربة التي توازي أحد محوري الإحداثيات ويدعم الشرح بأمثلة مختارة مع الاستعانة بالتمثيل البياني.

الإحصاء والاحتمالات:

- (12) بواسطة محاكاة تجربة عشوائية بسيطة، يمكن ملاحظة أنّ تواترات النتائج الممكنة لهذه التجربة، تقترب من تواتراتها النظرية، وذلك عند تكرار هذه التجربة بعدد كبير من المرات بقدر كاف.
- (13) نعيد بعض التجارب المرجعية المدروسة في السنتين الأولى والثانية ثانوي (رمي أحجار نرد، رمي قطع نقدية، سحب كرات...).
- تمديد العمل المنجز خلال السنة السابقة، مع التأكيد على استعمال الأحداث البسيطة والجداول أو شجرة الإمكانيات لإعادة المسألة إلى حالة تساوي الاحتمالات؛ ونفرق في هذه الحالة بين السحب المتزامن والسحب بإعادة وبدون إعادة.
- تعطى أمثلة للسحب بإعادة وبدون إعادة.
- (14) يمكن الربط بين الوسط الحسابي لسلسلة إحصائية وأملها الرياضياتي وبين تباينها التطبيقي وتباينها النظري وذلك بواسطة المحاكاة وقانون الأعداد الكبيرة.

المادّة: رياضيات	المستوى: السنة الثالثة ثانوي	الشعبة: آداب وفلسفة + لغات أجنبية	
الفصل الأول: 12 أسبوعا	المتتاليات العددية	6 أسابيع	12 ساعة
	الحساب	4 أسابيع ونصف	9 ساعات
	تقويم ومعالجة	أسبوع ونصف	3 ساعات
	المجموع	12 أسبوعا	24 ساعة

الأسبوع	المحور	رقم الدرس	العنوان	ح ساعي
1	المتتاليات العددية	1	تقويم تشخيصي	**1**
		2	**المتتاليات:** التمييز بين متتالية وحدّها العام. (1)	**1**
2		3	التعرّف على متتالية بالتراجع. - حساب الحدود الأولى لمتتالية معرّفة بالتراجع.	**1**
		4	**مفهوم المتتالية الرتيبة:** - تعيين اتجاه تغيّر متتالية.	**1**
3		5	تحديد اتجاه تغيّر متتالية حسابية أو هندسية.(2)	**2**
4		6	استعمال المتتاليات الحسابية والهندسية في حل المشكلات اليومية. (3)	**2**
5		7	**المتتاليات من الشكل $u_{n+1} = au_n + b$ مع $a \neq 0$ و $b \neq 0$:** - حساب الحد العام u_n- حساب S_n مجموع n حداً متتابعة من متتالية. (4)	**2**
6		8	حل مشكلات تُستعمل فيها متتاليات من الشكل $u_{n+1} = au_n + b$.	**2**
7	الحساب	9	**القسمة الإقليدية في $\mathbb{Z}$:** معرفة وتحديد حاصل القسمة الإقليدية وباقيها. (5)	**1**
		10	حصر عدد بين مضاعفين متعاقبين لعدد صحيح.	**1**
8		11	تعيين مجموعة قواسم عدد طبيعي.	**1**
		12	**الموافقات في $\mathbb{Z}$:** معرفة توافق عددين صحيحين (أو موافقة عدد لعدد بترديد n).	**1**
9		13	معرفة خواص الموافقة واستعمالها في حل المشكلات. (6)	**2**
10		14	**الاستدلال بالتراجع:** استعمال مبدأ الاستدلال بالتراجع لإثبات صحة خاصية من أجل كل عدد طبيعي n. (7)	**2**
10,5			استعمال مبدأ الاستدلال بالتراجع لإثبات صحة خاصية من أجل كل عدد طبيعي n. **(تابع)**	**1**

المادّة: رياضيات	**المستوى: السنة الثالثة ثانوي**	**الشعبة: آداب وفلسفة + لغات أجنبية**	
الفصل الثاني: 10 أسابيع	**الـدوال العدديـة**	**8 أسابع**	**16 ساعة**
	تقويـم ومعالجـة	**أسبوعان**	**4 ساعات**
	المجموع	**10 أسبوعا**	**20 ساعة**

الأسبوع	المحور	رقم الدرس	العنوان	ح ساعي
1	الدوال	15	تذكير حول المشتقات ومعادلة المماس لمنحنى دالة	**2**
2		16	**الدراسة والتمثيل البياني لدالة:** تعيين اتجاه التغيّر باستعمال إشارة المشتقة. (8)	**1**
		17	**الدوال كثيرة الحدود:** دراسة دوال كثيرة حدود من الدرجة الثالثة على الأكثر. (9)	**1**
3			دراسة دوال كثيرة حدود من الدرجة الثالثة على الأكثر. (تابع)	**2**
4		18	تعيين نقطة الانعطاف.	**1**
		19	**القراءة البيانية:** الربط بين التمثيل البياني لدالة وجدول تغيراتها والعكس. (10)	**1**
5		20	استعمال التمثيل البياني لحل معادلات أو متراجحات.	**2**
6		21	مناقشة معادلة بيانيا.	**2**
7		22	**الدوال التناظرية:** دراسة الدوال من الشكل: $x \mapsto \dfrac{ax+b}{ax+c}$	**2**
8		23	تعيين المستقيمات المقاربة وتفسيرها بيانيا. (11)	**1**
		24	استعمال التمثيل البياني لدالة لتخمين النهايات عند $+\infty$ و $-\infty$ وتحديدها.	**1**

المادّة: رياضيات	المستوى: السنة الثالثة ثانوي	الشعبة: آداب وفلسفة + لغات أجنبية	
الفصل الثالث: 6 أسابيع	الإحصاء والاحتمالات	4 أسابع	8 ساعات
	تقويم ومعالجـة	أسبوعان	4 ساعات
	المجموع	6 أسابيع	12 ساعة

الأسبوع	المحور	رقم الدرس	العنوان	ح ساعي
1	الإحصاء والاحتمالات	25	**الإحصاء:** إجراء محاكاة تجربة عشوائية بسيطة وذلك بملاحظة تطور تواترات القيم المختلفة الناتجة. (12)	2
2		26	**قانون الاحتمال:** تعيين قانون الاحتمال المتعلق بتجربة عشوائية لها عدد منته من الإمكانيات. (13)	2
3		27	**الأمل الرياضياتي والتباين لنتائج عددية متعلقة بتجربة عشوائية:** الربط بين الوسط الحسابي والأمل الرياضياتي والتباين التطبيقي والتباين النظري لسلسلة إحصائية. (14)	2
4		28	مراجعة وتتمات.	2

التدرجات السنوية

مادة الرياضيات

السنة الثالثة شعبة تسيير واقتصاد

السنة الثالثة تسيير واقتصاد ـــــــــــــــــــــ توجيهات وتعاليق وأمثلة لأنشطة

المتتاليات العددية:

(1) • نختار دستوراً بسيطاً (مثل مجموع n عدداً طبيعياً الأولى من الأعداد الطبيعية؛ مجموع n عدداً من مربعات الأعداد الطبيعية الأولى؛ ...) لتأسيس مبدأ الاستدلال بالتراجع.

(2) • بالنسبة إلى دراسة تغيّرات متتالية، نقترح أمثلة نتناول فيها دراسة إشارة الفرق $u_{n+1}-u_n$ أو مقارنة النسبة $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ بالعدد 1 أو الرجوع إلى تغيّرات الدالة f في حالة متتالية حدّها العام $u_n=f(n)$.

(3) • نعتمد في دراسة نهاية المتتاليات على المقاربة الحدسية لمفهوم نهاية دالة (برنامج السنة الثانية).

• تقبل النظريات حول المتتاليات المحدودة والمتتاليات الرتيبة والتي يمكن تجسيدها باستعمال الحاسبة أو المجدول.

• نتناول بالخصوص حالة متتاليات هندسية.

(4) • نجعل التلميذ يدرك أنّ المتتالية (u_n) حيث $u_{n+1}=au_n+b$ حالة خاصة للمتتالية التراجعية $u_{n+1}=f(u_n)$ مع f الدالة التآلفية $x\mapsto ax+b$.

(5) • ندرس رتابة المتتالية (u_n) حسب رتابة الدالة f، كما ندرس تقاربها بالاستعانة بالمتتالية الهندسية $v_n=u_n-\frac{b}{1-a}$.

مثال: دراسة إيداع رصيد معطى مع سحب سنوي لمبلغ معيّن.

الـــدوال:

(6) • نكمل النتائج المحصّل عليها في السنة الثانية ونقتصر على مقاربة حدسية.

• لتعيين النهايات عند ما لانهاية للدوال كثيرات الحدود والناطقة، نطبق القواعد الإجرائية على الحدود الأعلى درجة.

(7) • يبرّر وجود مستقيم مقارب بالنسبة لمنحن ممثل لدالة وكذا الوضع النسبي للمنحنى والمستقيم المقارب الممكن لهذا المنحنى.

(8) • نذكّر هنا ترابط الدوال المرجعية المدروس في السنة الأولى.

• نركّز على شرط وجود دالة مركّب دالتين.

• نقبل النظرية المتعلقة بنهاية دالة مركب دالتين مستمرتين عند ما لانهاية ونفسّر بيانيا النظريات التي تعطي النهاية بالمقارنة.

(9) • بالنسبة إلى مفهوم الاستمرارية، نقتصر على مقاربة حدسية ونعطي مثالا لدالة غير مستمرة عند قيمة.

• نذكّر بأنّ الأسهم المائلة في جدول التغيّرات لدالة تترجم استمرارية ورتابة الدالة على المجال المعتبر.

- نقبل أنّ كل الدوال المحصّل عليها بالعمليات على الدوال المألوفة أو بتركيبها مستمرة على كلّ من المجالات التي تكون معرّفة عليها.
- (10) تُقبل خاصية القيم المتوسطة وتُفسّر بيانيا.
- (11) يُعطى مثال لحساب $(g \circ f)'(x_0)$ في حالة بسيطة (f دالة خطية و g دالة مرجعية أخرى).
- يُقبل الدستور الذي يعطي $(g \circ f)'(x_0)$ في الحالة العامة لدوال قابلة للاشتقاق عند x_0.

الدوال الأصلية والتكاملات:

- (12) يتم الربط بين مفهومي المشتقة والدالة الأصلية.
- نقبل أنّه إذا كانت f دالة مستمرة على مجال I فإنّ f تقبل دوال أصلية على I تختلف بثابت فقط.
- عند البحث عن الدوال الأصلية، يُدرّب التلميذ على قراءة جدول المشتقات عكسيا.
- (13) تعطى أمثلة لدالة أصلية لدالة تحقّق شرطاً معيّناً من مجال الاقتصاد (العلاقة بين الكلفة الهامشية والكلفة الإجمالية).
- (14) انطلاقاً من مثال بسيط (دالة تآلفية أو الدالة مربع)، نربط بين الدالة الأصلية ومساحة الحيّز تحت المنحنى الممثل لدالة. نقبل بتعميم النتيجة بالنسبة إلى دالة مستمرة وموجبة على مجال وندخل كتابة التكامل $\int_a^b f(t)dt$ في الحالة العامة.
- يُحرص على شرح دور المتغيّر في هذه الكتابة كما ندخل الكتابة $\int_a^x f(t)dt$.
- تعطى أمثلة تطبيقية من المجال الاقتصادي.

الدالة اللوغاريتم النيبيري والدالة الأسّية:

- (15) ندخل الدالة اللوغاريتم النيبيري كدالة أصلية للدالة $t \mapsto \frac{1}{t}$ التي تنعدم من أجل $x=1$ مع الملاحظة أنّها أيضاً مساحة الحيّز تحت المنحنى الممثل للدالة $t \mapsto \frac{1}{t}$ بين 1 و x من أجل x موجب تماما.
- (16) تسمح دراسة الخواص المميّزة لهذه الدالة بإبراز الدور الهام لها في الحساب العددي.
- (17) نبيّن لماذا يوافق اللوغاريتم العشري لعدد طبيعي عدد أرقامه وأهمية المقاييس اللوغاريتمية.
- تعطى أمثلة من المجال الاقتصادي والرياضيات المالية.
- (18) بالنسبة إلى إدخال الدالة $x \mapsto \exp(x)$؛ نقبل بوجود دالة تسمح بإرفاق بـِ x العدد $\ln x$.

(19) • تقبل النتائج المتعلقة بالنهايات الشهيرة.

التزايد المقارن:

(20) • نجعل التلميذ يلاحظ، انطلاقاً من التمثيلات البيانية للدوال $x \mapsto \ln x$ ، $x \mapsto e^{x}$ ، $x \mapsto x^{n}$ حيث n عدد طبيعي غير معدوم، أنّ هذه الدوال تؤول كلّها نحو $+\infty$ عندما $x \to +\infty$، لكن سلوكها مختلف ومن ثم استنتاج التزايد المقارن لها: في اللانهاية، تتفوق الدالة الأسّية على الدالة "قوة" والدالة "قوة" على الدالة اللوغاريتم.

• في هذا المجال يمكن استعمال الحاسبة البيانية أو المجدول لتجسيد هذه السلوكات.

الإحصاء:

(20) • تعطى أمثلة عن سلاسل إحصائية لمتغيرين عدديين مثل، القامة والوزن، الأجرة والسّن لمجتمع معيّن.

(21) • في معلم متعامد، نسمّي سحابة نقط مجموعة النقط $M\left(x;y\right)$ حيث x و y هما متغيّرا السلسلة.

(22) • نقصد بالنقطة المتوسطة النقطة $G\left(\overline{x};\overline{y}\right)$.

(23) • عندما يكون لسحابة النقط المرفقة بسلسلة إحصائية لمتغيّرين عددين شكل متطاول، نتساءل عن إمكانية إنشاء مستقيم تقع حوله نقط السحابة.

• نشرح مبدأ مربعات الدنيا، حيث نحسب $S = M_1P_1^{\,2} + M_2P_2^{\,2} + \ldots + M_nP_n^{\,2}$ حيث M_i هي نقط السحابة ذات الإحداثيات $\left(x_i;y_i\right)$ من أجل $i \in \left\{1;2;\ldots;n\right\}$ و P_i هي نقط المستقيم ذات الإحداثيات $\left(x_i;ax_i+b\right)$.

• نقبل بوجود مستقيم (يُسمى مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا) يشمل النقطة المتوسطة للسحابة ويجعل المجموع S أصغريا.

• نحصل على معاملات المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا بالدساتير الآتية: $a = \dfrac{\left(\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n} x_i y_i\right) - \overline{x}\,\overline{y}}{\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{x}\right)^2}$ ؛ $b = \overline{y} - a\overline{x}$ أو بالاستعانة بحاسبة.

• نجعل التلميذ يدرك بأنّ القيام بتسوية خطية يعني إيجاد دالة خطية تعبّر بكيفية تقريبية عن y بدلالة x وتستغل هذه الدالة للقيام باستكمالات داخلية أو استكمالات خارجية.

(24) • تقترح أمثلة حيث تعطى مجموعة الثنائيات $\left(x;\ln y\right)$ أو $\left(\ln x;y\right)$ تمثيلا أكثر مقروئية وبالتالي تسهّل الترجمة. وهي مناسبة للتطرق إلى المعالم اللوغاريتمية المستعملة في الاقتصاد.

الاحتمالات

(25) • يمدّد هنا العمل الذي شرع فيه التلميذ في السنة الثانية بالتركيز على استعمال الجداول وأشجار الاختيارات للرجوع إلى حالة تساوي الاحتمال أو إلى احتمالات الحوادث البسيطة.

(26) • تستخرج المفاهيم الأساسية انطلاقاً من تجارب عشوائية متقطعة ذات إمكانيات عددية. يربط ذلك بالتباين والانحراف المعياري لسلسلة إحصائية.

(27) • ندخل تعريف الاحتمال الشرطي انطلاقاً من مثال نستعمل فيه شجرة التواترات. نقصد بالكتابة $p_A(B)$ احتمال الحادثة B علماً أنّ الحادثة A محقّقة.

(28) • تعطى، انطلاقا من أمثلة بسيطة، قواعد استعمال شجرة متوازنة لحساب احتمالات ويُستنتج دستور الاحتمالات الكلية.

• نميّز بين السّحب في آنٍ واحدٍ والسّحب على التوالي بالإرجاع أو بدون الإرجاع.

(29) • نرتكز على تجارب مستقلة (مثال: رمي قطعة نرد ثم قطعة نقدية) لتعميم مبدأ الضربي، بمعنى أنّه بالنسبة إلى حوادث مستقلة يكون احتمال قائمة نتائج هو جُداء احتمالات كلّ نتيجة

المادّة: رياضيات	**المستوى: السنة الثالثة ثانوي**	**الشعبة: تسيير واقتصاد**	
الفصل الأول: 12 أسبوعا	**المـتتاليـــات**	**3 أسابيع ونصف**	**14 ساعة**
	الاشتقاقية والاستمرارية على مجال	**أسبوعان**	**8 ساعات**
	النهايات	**أسبوع ونصف**	**6 ساعات**
	دراسة دوال	**أسبوع**	**4 ساعات**
	الدوال الأصلية والتكاملات	**3 أسابيع**	**12 ساعات**
	تقويم ومعالجة	**أسبوع**	**4 ساعات**
	المجموع	**12 أسبوعا**	**48 ساعة**

الأسبوع	المحور	رقم الدرس	العنوان	ح ساعي
1		1	تقويم تشخيصي للمكتسبات الضرورية للفصل ثم تدعيمها	**2**
	المتتاليات العددية	2	التذكير بالمتتاليات الحسابية والمتتاليات الهندسية ($u_{n+1}=u_n+b$ ؛ $u_{n+1}=au_n$)	**2**
2			التذكير بالمتتاليات الحسابية والمتتاليات الهندسية ($u_{n+1}=u_n+b$ ؛ $u_{n+1}=au_n$) تابع	**1**

		3	**الاستدلال بالتراجع:** البرهان بالتراجع على صحة خاصية في حالات بسيطة. (1)	**3**
3		4	**المتتاليات المحدودة:** تبيان أنّ متتاليات محدودة من الأعلى أو محدودة من الأسفل أو محدودة.	**1**
		5	**المتتاليات الرتيبة:** التعرّف إن كانت متتالية رتيبة. (2) (تزايد أو تناقص متتالية)	**1**
		6	**المتتاليات المتقاربة:** تبيان إن كانت متتالية متقاربة. (3)	**1**
		7	**المتتاليات (u_n) حيث $u_{n+1}=au_n+b$:** حساب بعض حدودها، دراسة اتجاه التغيّر، التقارب. (4) و (5)	**1**
4			**المتتاليات (u_n) حيث $u_{n+1}=au_n+b$:** دراسة التقارب. (4) و (5)	**1**
		8	الاشتقاقية تذكير: العدد المشتق (تعريف وقراءة بيانية) – المماس (التفسير الهندسي والمعادلة)	**1**
	الاشتقاقية والاستمرارية على مجال	9	الدوال المشتقة: (للدوال المرجعية، $f+g$ ، $k\times f$ ، $f\times g$ ، $\frac{1}{f}$ ، $\frac{f}{g}$ ، $\sqrt{f}$ ، f^n) حيث n عدد صحيح.	**2**
5		10	توظيف المشتقات في دراسة اتجاه تغيّر دالة	**2**
		11	المشتقات والقيم الحدية المحلية (تعطى تطبيقات من الميدان الاقتصادي)	**2**
6		12	**مركّب دالتين:** - تعريف مركب دالتين التعرّف على دالة كمركب دالتين بسيطتين. نهاية دالة مركّبة. (8) **اشتقاق دالة مركّبة:** حساب $(g\circ f)'$ في حالة f قابلة للاشتقاق على مجال I و g قابلة للاشتقاق على $f(I)$. (11)	**1**
		13	**الاستمرارية:** مفهوم دالة مستمرة على مجال. (9) **مبرهنة القيم المتوسطة:** فهم خاصية القيم المتوسطة وتطبيقها في البحث عن الحلول	**1**

			المقربة لمعادلات من الشكل $f(x)=\lambda$. (10)	
	النهايات	14	**العمليات على النهايات:** (تعيين نهاية دالة بتطبيق النتائج على نهايات مجموع أو جُداء أو حاصل قسمة دالتين أو النظريات المتعلقة بنهاية دالة كثير حدود أو ناطقة عند ما لانهاية). (6)	**2**
7		15	**العمليات على النهايات: (تابع)**	**1**
		16	**المستقيمات المقاربة:** تعيين المستقيمات المقاربة الموازية لمحوري الإحداثيين.	**1**
		17	إثبات وجود مستقيم مقارب مائل بالنسبة إلى منحن ممثل لدالة وتعيين معادلة له في حالة دالة f معرّفة كما يلي: $f(x)=ax+b+\varphi(x)$ وتحديد الوضع النسبي للمنحنى والمستقيم المقارب. (7)	**2**
8	دراسة الدوال	18	**حل مسائل (دراسة دوال)**	**4**
9		19	**الدوال الأصلية لدالة على مجال:** تعريف دالة أصلية لدالة على مجال. (12)	**1**
	الدوال الأصلية والتكاملات	20	**حساب دوال أصلية لدوال بسيطة**	**1**
		21	تعيين دالة أصلية لدالة تحقق شرطا معيّنا وتطبيقات عليها. (13)	**2**
10		22	**تكامل دالة:** مقاربة وحساب $\int_a^b f(t)dt$. (14)	**2**
		23	خواص التكامل: - الخطية، علاقة شال، الترتيب - حساب القيمة المتوسطة لدالة على مجال وتفسيرها.	**2**
11			خواص التكامل: - الخطية، علاقة شال، الترتيب - حساب القيمة المتوسطة لدالة على مجال وتفسيرها. **تابع**	**1**
		24	توظيف التكامل في حساب المساحات.	**3**

المادّة: رياضيات	المستوى: السنة الثالثة ثانوي	الشعبة: تسيير واقتصاد	
الفصل الثاني: 10 أسابيع	الدوال اللوغاريتمية والأسية	6 أسابيع	24 ساعة
	الاحصاء	أسبوعان	08 ساعات
	تقويم ومعالجة	أسبوعان	08 ساعات
	المجموع	10 أسابيع	40 ساعة

الأسبوع	المحور	رقم الدرس	العنوان	ح ساعي
1	الدوال اللوغاريتمية والأسية والتزايد المقارن	24	**الدالة اللوغاريتم النيبيري:** - تعريف الدالة اللوغاريتم النيبيري. - استعمال حاسبة لحساب قيم دالة اللوغاريتم النيبيري. (15)	1
		25	معرفة الخواص المميّزة للدالة اللوغاريتم النيبيري. (16)	2
		26	حل معادلات ومتراجحات تتضمن لوغاريتمات	1
2		27	الدراسة والتمثيل البياني للدالة اللوغاريتم النيبيري. النتائج المتعلقة بالنهايات الشهيرة.	2
		28	معرفة وتفسير النهايات: $\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0$ ؛ $\lim_{x\to 0^+} x\ln x=0$	1
		29	دراسة دوال من الشكل $\ln ou$	1
3		30	الدالة اللوغاريتمية ذات الأساس a. الدالة اللوغاريتم العشري. (17)	2
		31	**الدالة الأسية:** - تعريف الدالة الأسية. - استعمال حاسبة لحساب قيم دوال أسية. (18)	1
		32	معرفة الخواص المميّزة للدالة الأسية، الكتابة e^x.	1
4		33	حل معادلات ومتراجحات تتضمن أسيات.	1
		34	الدراسة والتمثيل البياني للدالة الأسّية. - النتائج المتعلقة بالنهايات الشهيرة. (19)	2
		35	معرفة وتفسير النهايات: $\lim_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x}=+\infty$ ؛ $\lim_{x\to-\infty} x\,e^x=0$. (20)	1
5		36	دراسة دوال من الشكل $\exp ou$	1

		37	الدالة الأسية ذات الأساس a. الدوال القوى.	2
		38	حل مشكلات متعلقة بإيداع أو تسديد تتدخل فيها اللوغاريتمات أو الأسّيات.	1
6		38	حل مشكلات متعلقة بإيداع أو تسديد تتدخل فيها اللوغاريتمات أو الأسّيات. (تابع)	1
6		39	حل مسائل حول دراسة دوال لوغاريتمية وأسية	3
7	الإحصاء	40	تعريف سلسلة إحصائية لمتغيرين حقيقيين. (20)	1
7	الإحصاء	41	تمثيل سلسلة إحصائية لمتغيرين حقيقيين بسحابة نقط. (21)	1
7	الإحصاء	42	تعيين إحداثيي النقطة المتوسطة. (22)	1
7	الإحصاء	43	إنشاء مستقيم تعديل خطي. (23)	1
8	الإحصاء	43	إنشاء مستقيم تعديل خطي. (تابع)	1
8	الإحصاء	44	أمثلة لسلاسل احصائية من الشكل $(X ; \ln Y)$ أو $(\ln X ; Y)$. (24)	3

المادّة: رياضيات	المستوى: السنة الثالثة ثانوي	الشعبة: تسيير واقتصاد	
الفصل الثالث: 6 أسابيع	الاحتمالات	3 أسابيع	12 ساعة
	مراجعة عامة	أسبوع	04 ساعات
	التقويم ومعالجة	أسبوعان	08 ساعات
	المجموع	10 أسابيع	24 ساعة

الأسبوع	المحور	رقم الدرس	العنوان	ح ساعي
1	الاحتمالات	45	**قانون احتمال مرفق بتجربة عشوائية:** تعيين قانون احتمال مرفق بتجربة عشوائية لها عدد منته من الإمكانيات. (25)	2
		46	الأمل الرياضياتي والتباين والانحراف المعياري المرفق بقانون احتمال عددي. (26)	2
2		47	**الاحتمال الشرطي:** حساب احتمال حادثة علما حدوث حادثة أخرى. (27)	2
		48	**الشجرة المتوازنة:** بناء شجرة متوازنة. (28)	2
3		49	استعمال أشجار متوازنة أو دستور الاحتمالات الكلية لحساب احتمالات وحلّ مشكلات.	3
		50	استقلال حادثتين: التعرّف على حادثتين مستقلتين. (29)	1

التدرجات السنوية

مادة الرياضيات

السنة الثالثة شعبة علوم تجريبية

السنة الثالثة علوم تجريبية ـــــــــــــــــــــــــــ توجيهات وتعاليق وأمثلة لأنشطة

الــدوال العدديــة (الاشتقاقية والاستمرارية)

(1) • التذكير بالنتائج المحصل عليها في السنة الثانية، من خلال أنشطة وتمارين هادفة مختارة بعناية.

• من خلال دوال مثل: $x \mapsto x^2$ ، $x \mapsto |x|$ و $x \mapsto \sqrt{x}$ نجعل التلاميذ يلاحظون أنّ الدالة تكون مستمرة على مجال، عندما يمكن رسم منحنيها البياني على هذا المجال دون رفع القلم.

• كل الدوال المألوفة المقرّرة في هذا المستوى مستمرة على كل مجال من مجموعة تعريفها.

• لا تثار مسألة البحث في إثبات استمرارية دالة

(2) • ندرس أمثلة حول دوال من مثل:

* الدوال الناطقة (حاصل قسمة كثير حدود من الدرجة 2 أو 3 على كثير حدود من الدرجة 1 أو 2).

* الدوال الصماء $x \mapsto \sqrt{f(x)}$، حيث f دالة موجبة وقابلة للاشتقاق.

* الدوال المثلثية: $x \mapsto \cos(ax+b)$ ، $x \mapsto \sin(ax+b)$ ، $x \mapsto \tan(x)$.

• فيما يخص الدوال الصماء نتطرّق إلى المماس الموازي لحامل محور التراتيب.

• يمكن الملاحظة أنّ كل دالة قابلة للاشتقاق على مجال هي دالة مستمرة على هذا المجال.

(3) • نشرح الكتابات $\frac{df}{dx}$، $\frac{d^2f}{dx^2}$ (المستعملة في الفيزياء) والكتابة $dy = f'(x).dx$.

يمكن توظيف العلاقة $\Delta y \approx f'(x).\Delta x$ باستعمال مجدول لتقريب دالة تكون حلا لإحدى المعادلات التفاضلية: $y' = y$ ، $y' = \frac{1}{x}$.

الدوال الأسية واللوغاريتمية:

(4) • تُعرف الدالة الأسية كحل خاص للمعادلة التفاضلية $y' = y$ التي تحقّق $y(0) = 1$.

• نبدأ بإنشاء حل تقريبي لهذه المعادلة باستخدام مجدول (بتطبيق طريقة أولير) ثمّ بعدها نقبل بوجود هذا الحل.

• نقدّم هذه الدالة في مرحلة مبكرة من السنة الدراسية قصد توظيفها في العلوم الفيزيائية.

• نستنتج من التعريف خواص الدالة الأسية: $\exp(x) > 0$ ، $\exp(x+y) = \exp(x) \times \exp(y)$. الترميز e^x، النهايات والمنحنى الممثل لها.

(5) • نبيّن من أجل كل عدد حقيقي a موجب تماما، أنّ المعادلة $e^x = a$ تقبل حلاً وحيداً نرمز له بالرمز $\ln a$، يمكن القول حينئذ أنّ الدالة $\ln$ هي الدالة العكسية للدالة الأسية، لكن لا تُعطى أي دراسة تفصيلية حول الدالة العكسية.

• تُستنتج الخواص الجبرية والتحليلية للدالة اللوغاريتمية $\ln$ من خواص الدالة الأسية $\exp$.

• تتم الإشارة إلى أنّ المنحنيين الممثلين للدالتين $\ln$ و $\exp$ متناظران بالنسبة للمنصف الأوّل في المعلم المتعامد والمتجانس وتبرير ذلك.

(6) • يعطى تعريف دالة اللوغاريتم العشري (التي نرمز إليها بالرمز $\log$) ويشار إلى أهمية تطبيقاتها في مواد أخرى.

الـدوال العدديـة (النهايات)

(7) • ننطلق من وضعيات ذات دلالة تتعلق بالدوال المدروسة في السنة الثانية ثانوي، ونهتم فقط بدوال تكون مجموعة تعريفها معطاة أو سهلة التعيين.

• تُدعّم مكتسبات التلاميذ حول مفهوم النهاية في وضعيات بسيطة (مثلاً النهاية المنتهية عند عدد حقيقي x_0) وتوظيف ذلك في أمثلة بسيطة ثمّ توسع إلى وضعيات أخرى.

ولتوضيح ذلك، نعتمد على تمثيلات بيانية باستعمال برمجيات مناسبة كالمجدولات. كما يمكن توظيف الحاسبة البيانية:

* لإزاحة النافذة نحو اليسار عندما يؤول x إلى $-\infty$.
* لإزاحة النافذة نحو اليمين عندما يؤول x إلى $+\infty$.
* لإنجاز تكبير للنافذة بجوار x_0 عندما يؤول x إلى x_0 وذلك لتخمين نهاية أو المصادقة عليها.

تُستغل هذه المناسبة للتذكير بالمستقيم المقارب الموازي لحامل محور الفواصل.

(8) • تُعطى المبرهنات الشهيرة المتعلقة بمجموع وجُداء وحاصل قسمة نهايتين دون برهان. (يمكن أن يُقدم برهاناً على حالة بسيطة).

• تُعطى مبرهنات الحصر (نهاية منتهية، غير منتهية، وكذا المبرهنة التي تربط الترتيب بين دالتين والترتيب بين نهايتين).

• حساب نهاية دالة مركبة $g \circ f$ يطبق في الحالة التي تكون فيها g دالة مألوفة.

(9) • تسمح الملاحظة عند استعمال برمجيات مناسبة أو حاسبة بيانية بتخمين وجود مستقيم مقارب أو منحن مقارب للمنحنى الممثل لدالة، وتحديد الوضعية النسبية لهما وتبرّر النتائج الملاحظة عن طريق الحساب.

التـزايـد المـقـارن:

(10) • نجعل التلميذ يلاحظ، انطلاقاً من التمثيلات البيانية للدوال $x \mapsto \ln x$ ، $x \mapsto e^x$ ، $x \mapsto x^n$ حيث n عدد طبيعي غير معدوم، أنّ هذه الدوال تؤول كلّها نحو $+\infty$ عندما $x \to +\infty$، لكن سلوكها مختلف ومن ثمّ استنتاج التزايد المقارن لها: في اللانهاية، تتفوق الدالة الأسية على الدالة " قوة " والدالة " قوة " على الدالة اللوغاريتم. في هذا المجال يمكن استعمال الحاسبة البيانية أو المجدول لتجسيد هذه السلوكات.

(11) • تُدرج دراسة بعض الأمثلة لدوال من الشكل: $x \mapsto e^{-\lambda x^2}$ حيث $(\lambda > 0)$ ؛ $x \mapsto a^x$ حيث $(a > 0)$ أو $x \mapsto x^a$ حيث $(x > 0$ و $a \in \mathbb{R})$.

• نقبل العلاقة: $a^b = e^{b \ln a}$ من أجل كل عددين حقيقيين a و b حيث $a > 0$ و b كيفي.

المتتاليات العددية:

(12) • تقترح متتاليات معرّفة باستعمال دالة f بعلاقة من الشكل $u_n = f(n)$ أو $u_{n+1} = f(u_n)$ يتم بهذه المناسبة التذكير بالمتتاليات الحسابية والمتتاليات الهندسية.

(13) • في دراسة نهايات المتتاليات تطبق النتائج المحصل عليها في السنة الثانية أو المبرهنات المعروفة على الدوال عندما يؤول n إلى $+\infty$.

• عندما تقبل الدالة f نهاية ℓ عندما يؤول المتغيّر إلى $+\infty$ فإنّ المتتالية (u_n) المعرّفة بالعلاقة $u_n = f(n)$ تقبل نفس النهاية ℓ عندما يؤول n إلى $+\infty$ (ننبه أنّ العكس غير صحيح).

• تُعطى أمثلة عن دوال محدودة من الأعلى (بالقيمة المطلقة) بمتتالية هندسية متقاربة.

• من خلال أمثلة، ندرس تقارب المتتاليات من الشكل $u_{n+1} = f(u_n)$ خاصة عندما تكون الدالة f تآلفية ($f(x) = ax + b$)، وفي هذه الحالة نناقش سلوك المتتالية حسب قيم العددين الحقيقيين a و b.

(14) • يُعطى تعريف متتاليتين متجاورتين وتُقبل النظرية التي تنص على أنّه إذا كانت متتاليتين متجاورتين فإنّهما تتقربان إلى نفس النهاية ويستثمر ذلك لحساب مساحة الحيّز تحت المنحنى الممثل لدالة.

الإحصاء والاحتمالات:

(15) • مفهوم الاحتمال والمتغيّر العشوائي غير جديد على التلميذ، لذا تستغل هذه الفقرة في معالجة أنشطة تدعم مكتسباته حول الموضوع وتوفر له فرصة توظيفها من جديد لتهيئه إلى التوسع فيها لاحقاً.

(16) • يُفسّر الأمل الرياضياتي لمتغيّر عشوائي باعتباره المتوسط الحسابي لقيم هذا المتغيّر العشوائي مرفقة باحتمال كل منها، وتُعالج أنشطة متنوعة لتأكيد هذا المعنى وتوظيفه للإجابة عن تساؤلات تتعلق بالاحتمالات.

• تُعالج أنشطة نمذجة تجربة يتدخل فيها متغيّر عشوائي وتوظف الانحراف المعياري والأمل الرياضياتي.

(17) • تُستعمل مختلف التمثيلات كالمخططات، الجداول، شجرة الإمكانيات لطرح المبدأ الأساسي للعدّ وشرحه.

• تُبرّر قوانين التحليل التوفيقي انطلاقاً من معالجة أنشطة في العدّ تتمحور حول تجارب بسيطة في السحب (السحب على التوالي دون إعادة، مع الإعادة، السحب في آنٍ واحد)

• تُعالج حالات بسيطة في العدّ لتدعيم مكتسبات التلميذ حول حل مسائل في الاحتمالات المتقطعة.

(18) • يُبرّر تعريف الاحتمال الشرطي انطلاقاً من وضعيات بسيطة في الاحتمالات المتساوية ثمّ يطبق في الحالات الأخرى.

• تعتبر الأنشطة التي تتعلق بتجارب السحب المتتالي ميداناً خصباً لمعالجة الاحتمالات الشرطية، لذا تقترح على التلميذ وضعيات متنوعة منها توفر له فرصة توظيف شجرة الاحتمالات.

• تُوسع هذه المسائل إلى وضعيات إدماجية من محيط التلميذ في ميدان الاقتصادي و/أو البيولوجي و/أو الفيزيائي وإلى المواد الدراسية الأخرى.

(19) • يتعلّق الأمر بمعالجة تجارب تؤول نمذجتها إلى تجارب السحب بأنواعه الثلاثة وإلى إلقاء حجر النرد والقطعة النقدية، ثمّ تمديد هذه النمذجة إلى وضعيات تتدخل فيها المتغيرات العشوائية المتقطعة وشجرة الإمكانيات.

• تعتبر المحاكاة وسيلة ضرورية لنمذجة مبنية على التجربة وذلك باستعمال تواتر كل مخرج من مخارجها، في حين تصبح قوانين التحليل التوفيقي أداة رياضياتية قوية لنمذجة نظرية.

الأعـداد المـركّبـة:

(20) • ندرس الأعداد المركّبة في إطار هندسي.

• نقترح أنشطة تتعلق بالبحث عن مجموعات النقط و/أو استعمال المرجح.

(21) • نتطّرق إلى الجذرين التربيعيين لعدد مركّب.

(22) • تُقدّم المساعدة المناسبة للتلميذ لحل هذا النوع من المعادلات.

(23) • يُرمز $e^{i\,\alpha}$ للعدد المركّب $\cos\alpha + i\,\sin\alpha$.

(24) • نُميّز دائرة مركزها النقطة Ω ذات اللاحقة z_0 أو نصف مستقيم مبدؤه Ω بعلاقة من الشكل $z = z_0 + ke^{i\,\theta}$، k ثابت موجب و θ يمسح □ عندما يتعلق الأمر بالدائرة أو θ ثابت و k يمسح □$^{+}$ عندما يتعلق الأمر بنصف المستقيم.

• يُدرج تفسير طويلة وعمدة العددين $z_A - z_B$ و $\dfrac{z_A - z_B}{z_C - z_D}$ واستعمالها في حل مسائل هندسية.

• نُبرهن الدساتير المتعلقة لطويلة وعمدة جُداء أو حاصل قسمة عددين مركّبين غير معدومين، نبيّن عندئذٍ أهمية ترميز أولير. (نستعمل ترميز أولير لإيجاد دساتير التحويل المدروسة سابقا في حساب المثلثات).

التحـويـلات النـقـطيـة:

(25) • نُبرز الكتابة المختصرة $z' - z_0 = k\left(z - z_0\right)$ لكل من التحاكي والدوران.

(26) • تُعالج مسائل هندسية يتم فيها برهان خواص هذه التحويلات كحفظ الاستقامية، التوازي، المُرَجَّح، ...؛ التأثير على الأطوال وعلى المساحات؛ ... يمكن في هذه الفقرة الاعتماد على تمييز الدائرة وتمييز نصف المستقيم المشار إليهما أعلاه.

(27) • نُعرّف التشابه المباشر كتحويل نقطي يحافظ على نسب المسافات ويحافظ كذلك على الزوايا الموجّهة.

- في حالة التي تكون فيها نسبة التشابه المباشر هي 1، نقول عن التشابه المباشر إنّه تقايساً موجباً(أو إزاحة).
- نُبيّن أنّ التحويلات المدروسة سابقاً هي تشابهات مباشرة.

(28) • نقبل أنّه لا توجد تشابهات مباشرة أخرى شكلها المركّب يختلف عن $z'=az+b$ مع $a\in\mathbb{C}^*$ و $b\in\mathbb{C}$. (يمكن برهان هذه النتيجة)

- نُبيّن أنّ التشابه المباشر (ماعدا الانسحاب) يتميّز بثلاثة عناصر: مركزه ونسبته وزاويته.
- تُعالج مسائل متنوعة ووضعيات نستعمل فيها المثلثات المتشابهة تدعيماً لمكتسبات التلاميذ في السنة الأولى.
- نُبرهن أنّ إذا كانت A ، B ، A' و B' أربع نقط مختلفة مثنى مثنى فإنّه يوجد تشابه مباشر وحيد يُحوِّل A إلى A' و B إلى B'.

الـدوال الأصليـة:

(29) • نُدرج الخواص المعروفة للدوال الأصلية وحسابها المستخلصة انطلاقاً من خواص المشتقات.

(30) • نثبت وحدانية الدالة الأصلية لدالة معرّفة على مجال تأخذ قيمة معيّنة من أجل قيمة معلومة من هذا المجال عندما نتعرّف على إحدى دوالها الأصلية.

الحساب التكـامـلي:

(31) • يتم مقاربة مفهوم التكامل بحساب مساحات لأشكال هندسية معروفة (مستطيل، مثلث في وضعيات مختلفة، شبه منحرف).

- مثلا حساب مساحة الحيّز المستوي تحت المنحنى الممثل لدالة f مستمرة وموجبة على مجال $[a;b]$ أي مجموعة النقط $M(x;y)$ حيث $a\le x\le b$ و $0\le y\le f(x)$. ثمّ نقارن النتيجة بالعدد $G(b)-G(a)$ حيث G هي دالة أصلية للدالة f على المجال $[a;b]$.
- نأخذ f دالة مستمرة وموجبة في وضعيات أوّلية 1) ثابتة (مساحة مستطيل)

2) تآلفية (مساحة مثلث أو شبه منحرف)

- نعرّف العدد $\int_a^b f(x)dx$ بالفرق $G(b)-G(a)$ ونقرأ **"التكامل من a إلى b لِـ $f(x)$ تفاضل x"** وهو يُمثّل مساحة الحيّز المستوي المحدّد بمنحنى الدالة f والمستقيمات التي معادلاتها $x=a$، $x=b$ و $y=0$ في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد.

(32) • نُدرج خواص التكامل في حالة f موجبة والمتعلقة:

* بعلاقة شال $\int_a^b f(x)dx=\int_a^c f(x)dx+\int_c^b f(x)dx$ ونتائجها وبالخطية.

* بالمقارنة: إذا كانت $f\le g$ فإنّ $\int_a^b f(x)dx\le\int_a^b g(x)dx$.

* بالقيمة المتوسطة لدالة: $\frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx$.

* حصر القيمة المتوسطة: إذا كانت $m \le f(x) \le M$ على مجال $[a;b]$ فإنّ $m \le \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx \le M$.

- بعد التعرّف على الخواص السابقة يتم التعميم شيئاً فشيئاً من أجل:

  * f سالبة حيث: $\int_a^b f(x)dx = -\int_a^b |f(x)|dx$.
  * f تغيّر إشارتها.
  * إشارة العدد $\int_a^b f(x)dx$ بدلالة إشارة f على المجال $[a;b]$.

(33) • تعريف الدالة الأصلية للدالة f على $[a;b]$ والتي تنعدم من أجل a على أنها الدالة التي ترفق كل x من $[a;b]$ بالعدد $\int_a^x f(t)dt$.

(34) • حساب الحجوم: $\int_a^b \pi\left[f(x)\right]^2 dx$ نقتصر على الأمثلة البسيطة سهلة الحساب.

(35) • يتعلق الأمر بمعالجة مشكلات من الواقع أو المرتبطة به مثل العبارة التكاملية للمسافة المقطوعة على مستقيم بمعرفة السرعة اللحظية.

الهندسة في الفضاء:

(36) • نُعمّم تعريف الجُداء السُلّمي في المستوي إلى الفضاء، نراجع بهذه المناسبة الجُداء السُلّمي في المستوي. ونستعمل التعبير " شعاع يُعامد مستو ".

(37) • تُعالج مسائل يتطلب حلّها استعمال الجُداء السُلّمي و/أو عبارته التحليلية.

(38) • مجموعات النقط المقصودة هنا هي تلك المعرّفة كما يلي: مجموعة النقط M حيث $\overrightarrow{AM}.\vec{u} = k$ أو بصفة عامة $\alpha MA^2 + \beta MB^2 = k$ (k عدد حقيقي).

(39) • نُسجّل أنّه يمكن تمثيل مستقيم بمعادلتين خطيتين.

(40) • نُبرّر كيف أنّ دراسة الوضع النسبي لمستويين أو لمستقيم ومستو أو لمستقيمين يؤول إلى حل جملة معادلات خطية.

- نتطرّق إلى تقاطع ثلاثة مستويات الذي يؤدي إلى حل جملة ثلاث معادلات خطية بثلاثة مجاهيل.

المادّة: رياضيات	المستوى: السنة الثالثة ثانوي		الشعبة: علوم تجريبية
الفصل الأول: 12 أسبوعا	**الدوال العددية** (الاشتقاقية والاستمرارية)	4 أسابيع	13 ساعة
	الدالتان الأسية واللوغاريتمية	أسبوعان	12 ساعة
	الدوال العددية (النهايات)	3 أسابيع تقريبا	7 ساعات
	التزايد المقارن ودراسة الدوال		7 ساعات
	المتتاليات العددية	أسبوعان	11 ساعات
	تقويم ومعالجة	أسبوعان	10 ساعات

الأسبوع	المحور	رقم الدرس	العنوان	ح ساعي
1	الدوال العددية (الاشتقاقية والاستمرارية)	1	تقويم تشخيصي للمكتسبات التلاميذ	2
		2	**الاشتقاقية والاستمرارية:** التذكير بالنتائج المحصل عليها في السنة الثانية (1) العدد المشتق والمماس تعريف استمرار دالة على مجال	2
		3	مبرهنة القيم المتوسطة واستعمالها في إثبات وجود حلول للمعادلة $f(x)=k$، k عدد حقيقي.	1
2		4	مبرهنة القيم المتوسطة واستعمالها في إثبات وجود حلول للمعادلة $f(x)=k$، (تابع)	1
		5	المشتقات المتتابعة، حساب مشتق دالة مركّبة.	1
		6	استعمال المشتقات لدراسة خواص دالة والمنحنى الممثل لها (اتجاه تغيّر دالة على مجال، التقريب الخطي، نقطة الانعطاف، ...).	1
		7	توظيف المشتقات لحل مشكلات. (دراسة اتجاه تغيّر دوال كثيرات حدود، ناطقة، صماء) (2)	2
3			استعمال المشتقات لدراسة خواص دالة والمنحنى الممثل لها. (تابع)	1
		8	توظيف المشتقات لدراسة الدوال المثلثية: $x\mapsto \sin x$ ، $x\mapsto \cos x$ ، $t\mapsto a\sin(\omega t+\varphi)$ (3)	2
	الدالتان الأسّية واللوغاريتمية	9	**الدالة الأسية:** نشاط، تعريف وخواص الدالة $x\mapsto \exp(x)$. (4)	2
4		10	دراسة الدالة الأسّية النيبيرية وتوظيف خواصها في حل معادلات ومتراجحات.	2
		11	توظيف خواص دوال أسية $x\mapsto e^{kx}$.	1
		12	دراسة الدالة $\exp u$.	1
		13	**الدوال اللوغاريتمية:** تعريف وخواص الدالة اللوغاريتمية النيبيرية (5)	1
5		14	دراسة الدالة اللوغاريتمية النيبيرية وتوظيف خواصها في حل معادلات ومتراجحات.	2

الأسبوع	الميدان	الرقم	المحتوى	الحجم
		15	دراسة الدالة $\ln \circ u$ ، تعريف اللوغاريتم العشري. (6)	**2**
		16	حل معادلات تفاضلية من الشكل: $y' = ay + b$.	**1**
6	**النهايات**	17	**النهايات:** حساب نهاية منتهية أو غير منتهية لدالة عند الحدود (المنتهية أو غير المنتهية) لمجالات مجموعة تعريف. المستقيمات المقاربة الموازية للمحورين. (7)	**2**
		18	حساب نهاية باستعمال المبرهنات المتعلقة بالعمليات على النهايات. (8)	**3**
7		19	حساب نهاية باستعمال المقارنة أو الحصر ومركب دالتين.	**1**
		20	دراسة السلوك التقاربي لدالة، المستقيم المقارب المائل (9)	**1**
	التزايد المقارن ودراسة الدوال	21	دوال القوى والجذور النونية وتوظيف خواصهما.	**2**
		22	معرفة وتفسير النهايات: $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$ ؛ $\lim\limits_{x \to -\infty} xe^x = 0$ ؛ $\lim\limits_{x \to 0^+} x \ln x = 0$ ؛ $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$. (10)	**1**
8		23	دراسة دوال كثيرات حدود، ناطقة، صماء، دوال القوى. وحل مشكلات باستعمالها (11)	**2**
		24	دراسة دوال أسية، اللوغاريتم، دوال القوى وحل مشكلات باستعمالها. (تابع)	**2**
	المتتاليات العددية	25	توليد متتالية عددية: استعمال التمثيل البياني لتخمين سلوك ونهاية متتالية عددية. (12)	**1**
9		26	استعمال التمثيل البياني لتخمين سلوك ونهاية متتالية عددية. (تابع)	**1**
		27	التذكير بالمتتالية الحسابية والمتتالية الهندسية من خلال أنشطة	**1**
		28	**الاستدلال بالتراجع:** إثبات خاصية بالتراجع.	**3**
10		29	**خواص المتتاليات:** دراسة سلوك ونهاية متتالية. (13)	**2**
		30	**المتتاليتان المتجاورتان:** تعريف ومفهوم متتاليتين متجاورتين. (14)	**1**
		31	حل مشكلات توظف فيها المتتاليات والبرهان بالتراجع.	**2**

المادّة: رياضيات	المستوى: السنة الثالثة ثانوي	الشعبة: علوم تجريبية	
الفصل الثاني: 10 أسابيع	الاحتمالات والإحصاء	أسبوعان ونصف	13 ساعة
	الأعداد المركبة والتحويلات النقطية	4 أسابيع ونصف	22 ساعة
	الدوال الأصلية	أسبوع	5 ساعات
	تقويم ومعالجة	أسبوعان	10 ساعات

الأسبوع	المحور	الدرس	العنوان	ح ساعي
1	الإحصاء والاحتمالات	29	**الاحتمالات المتساوية على مجموعة منتهية:** إيجاد قانون احتمال لمتغيّر عشوائي. (15)	2
		30	حل مسائل في الاحتمالات توظف المتغيرات العشوائية، قانون احتمالها، التباين، الانحراف المعياري والأمل الرياضياتي. (16)	2
		31	**المبدأ الأساسي للعد:** العدّ باستخدام المبدأ الأساسي للعدّ (المجموع والجُداء). (17)	1
2		32	استخراج بعض قوانين التحليل التوفيقي (التوفيقات).	2
		33	دستور ثنائي الحدّ.	1
		34	**الاحتمالات الشرطية:** - التعرّف على استقلال أو ارتباط حادثتين. توظيف شجرة الاحتمالات لحل مسائل في الاحتمالات الشرطية. (18)	2
3		35	توظيف دستور الاحتمالات الكلية لحل مسائل في الاحتمالات تتعلق بسحب أكثر من وعاء.	2
		36	نمذجة وضعيات بالاعتماد على التجارب المرجعية للسحب أو الإلقاء. (19)	1
	الأعداد المركبة	37	**المجموعة $\mathbb{C}$:** إجراء العمليات الحسابية على الأعداد المركّبة. (20)	1
		38	استعمال خواص مرافق عدد مركّب، حساب طويلة عدد مركّب.	1
4		39	تعيين الجدرين التربيعيين لعدد مركّب. (21)	1
		40	حل في $\mathbb{C}$، معادلة من الدرجة الثانية ذات معاملات حقيقية. (22)	1
		41	حل في $\mathbb{C}$، معادلات يؤول حلها إلى حل معادلة من الدرجة الثانية ذات معاملات حقيقية.	1
		42	**الشكل المثلثي لعدد مركب غير معدوم:** حساب عمدة لعدد مركب غير معدوم.	1
		43	الانتقال من الشكل الجبري إلى الشكل المثلثي والعكس.	1
5		44	ترميز أولير: $e^{i\alpha}$ (23)	1

		45	التعبير عن خواص لأشكال هندسية باستعمال الأعداد المركّبة. (24)	2
		46	توظيف خواص الطويلة والعمدة لحل مسائل في الأعداد المركّبة وفي الهندسة.	2
6		47	توظيف دستور موافر لحل مسائل في الأعداد المركّبة وفي الهندسة.	1
	التحويلات النقطية	48	**تعيين الكتابة المركّبة للتحويلات النقطية** (الانسحاب، التحاكي، الدوران). - التعرّف عن تحويل انطلاقاً من الكتابة المركّبة. (25)	1
		49	حل مسائل هندسية تتطلب استعمال انسحابات، تحاكيات أو دورانات بواسطة الأعداد المركّبة. (26)	1
		50	توظيف الأعداد المركّبة لبرهان خواص الانسحاب، الدوران والتحاكي.	1
		51	**التشابهات المستوية المباشرة:** التعرّف على تشابه مباشر. (27)	1
7		52	التعبير عن تشابه مباشر بالأعداد المركّبة. (28)	1
		53	تركيب تشابهين مباشرين.	1
		54	تعيين التحليل القانوني لتشابه مباشر بواسطة الأعداد المركّبة وتوظيفه لحل مسائل هندسية.	3
8	الدوال الأصلية	55	تعرف الدالة الأصلية لدالة على مجال والخواص. (29)	1
		56	تعيين دالة أصلية لدالة مستمرة على مجال. تعيين دوال أصلية لدوال مألوفة.	2
		57	تعيين الدالة أصلية التي تأخذ قيمة y_0 من أجل قيمة x_0 للمتغيّر. (30)	1
		58	حل معادلات تفاضلية من الشكل: $y'=f(x)$ ، $y''=f(x)$ حيث f دالة مألوفة.	1

المادّة: رياضيات	المستوى: السنة الثالثة ثانوي		الشعبة: علوم تجريبية
الفصل الثالث: 6 أسابيع	الحساب التكاملي	أسبوع ونصف	8 ساعة
	الهندسة في الفضاء	3 أسابيع ونصف	17 ساعة
	تقويم ومعالجة	أسبوع	5 ساعات

الأسبوع	المحور	رقم الدرس	العنوان	ح ساعي
1	الحساب التكاملي	60	المقاربة والتعريف. (31)	**1**
		61	توظيف خواص التكامل لحساب مساحة سطح معطى. (32)	**1**
		62	مفهوم القيمة المتوسطة لدالة على مجال وحصرها.	**1**
		63	استعمال التكامل بالتجزئة.	**2**
2		64	توظيف الحساب التكاملي لحساب دوال أصلية. (33)	**1**
		65	حساب حجم لمجسمات بسيطة. (34)	**1**
		66	توظيف الحساب التكاملي لحل مشكلات بسيطة. (35)	**1**
3	الهندسة في الفضاء	67	**الجداء السلمي:** توظيف الجُداء السُلّمي لإثبات تعامد مستقيمين، تعامد مستويين، تعامد مستقيم ومستوٍ. (36)	**2**
4		68	توظيف الجُداء السُلَّمي لتعيين معادلة لمستوٍ. (37)	**2**
		69	توظيف الجُداء السُلَّمي لحساب المسافة بين نقطة ومستوٍ.	**1**
		70	توظيف الجُداء السُلَّمي لتعيين مجموعات نقط. (38)	**2**
5		71	**المستقيمات والمستويات في الفضاء:** استعمال التمثيلات الوسيطية لحل مسائل الاستقامية، التلاقي، انتماء 4 نقط إلى نفس المستوي.	**3**
		72	الانتقال من جملة معادلتين لمستقيم أو معادلة لمستوٍ إلى تمثيل وسيطي والعكس. (39)	**2**
6		73	**الأوضاع النسبية:** تحديد الوضع النسبي لمستويين، لمستقيم ومستو، لمستقيمين. (40)	**2**
		74	تعيين تقاطع مستويين، مستقيم ومستو، مستقيمين. تقاطع 3 مستويات.	**3**

التدرجات السنوية

مادة الرياضيات

السنة الثالثة شعبة تقني رياضي

السنة الثالثة تقني رياضي ـــــــــــــــــــــــــــــــــــ توجيهات وتعاليق وأمثلة لأنشطة

الــدوال العدديــة (الاشتقاقية والاستمرارية)

(1) • التذكير بالنتائج المحصل عليها في السنة الثانية، من خلال أنشطة وتمارين هادفة مختارة بعناية.

• من خلال دوال مثل: $x \mapsto x^2$ ، $x \mapsto |x|$ و $x \mapsto \sqrt{x}$ نجعل التلاميذ يلاحظون أنّ الدالة تكون مستمرة على مجال، عندما يمكن رسم منحنيها البياني على هذا المجال دون رفع القلم.

• كل الدوال المألوفة المقرّرة في هذا المستوى مستمرة على كل مجال من مجموعة تعريفها.

• لا تثار مسألة البحث في إثبات استمرارية دالة

(2) • ندرس أمثلة حول دوال من مثل:

* الدوال الناطقة (حاصل قسمة كثير حدود من الدرجة 2 أو 3 على كثير حدود من الدرجة 1 أو 2).

* الدوال الصماء $x \mapsto \sqrt{f(x)}$، حيث f دالة موجبة وقابلة للاشتقاق.

* الدوال المثلثية: $x \mapsto \cos(ax+b)$ ، $x \mapsto \sin(ax+b)$ ، $x \mapsto \tan(x)$.

• فيما يخص الدوال الصماء نتطرّق إلى المماس الموازي لحامل محور التراتيب.

• يمكن الملاحظة أنّ كل دالة قابلة للاشتقاق على مجال هي دالة مستمرة على هذا المجال.

(3) • نشرح الكتابات $\frac{df}{dx}$، $\frac{d^2f}{dx^2}$ (المستعملة في الفيزياء) والكتابة $dy = f'(x).dx$.

يمكن توظيف العلاقة $\Delta y \approx f'(x).\Delta x$ باستعمال مجدول لتقريب دالة تكون حلا لإحدى المعادلات التفاضلية: $y' = y$ ، $y' = \frac{1}{x}$.

الدوال الأسية واللوغاريتمية:

(4) • تُعرف الدالة الأسية كحل خاص للمعادلة التفاضلية $y' = y$ التي تحقّق $y(0) = 1$.

• نبدأ بإنشاء حل تقريبي لهذه المعادلة باستخدام مجدول (بتطبيق طريقة أولير) ثمّ بعدها نقبل بوجود هذا الحل.

• نقدّم هذه الدالة في مرحلة مبكرة من السنة الدراسية قصد توظيفها في العلوم الفيزيائية.

• نستنتج من التعريف خواص الدالة الأسية: $\exp(x) > 0$ ، $\exp(x+y) = \exp(x) \times \exp(y)$. الترميز e^x، النهايات والمنحنى الممثل لها.

(5) • نبيّن من أجل كل عدد حقيقي a موجب تماما، أنّ المعادلة $e^x = a$ تقبل حلاً وحيداً نرمز له بالرمز $\ln a$، يمكن القول حينئذ أنّ الدالة $\ln$ هي الدالة العكسية للدالة الأسية، لكن لا تُعطى أي دراسة تفصيلية حول الدالة العكسية.

• تُستنتج الخواص الجبرية والتحليلية للدالة اللوغاريتمية $\ln$ من خواص الدالة الأسية $\exp$.

• تتم الإشارة إلى أنّ المنحنيين الممثلين للدالتين $\ln$ و $\exp$ متناظران بالنسبة للمنصف الأوّل في المعلم المتعامد والمتجانس وتبرير ذلك.

(6) • يعطى تعريف دالة اللوغاريتم العشري (التي نرمز إليها بالرمز $\log$) ويشار إلى أهمية تطبيقاتها في مواد أخرى.

الــدوال العدديــة (النهايات)

(7) • ننطلق من وضعيات ذات دلالة تتعلق بالدوال المدروسة في السنة الثانية ثانوي، ونهتم فقط بدوال تكون مجموعة تعريفها معطاة أو سهلة التعيين.

• تُدعّم مكتسبات التلاميذ حول مفهوم النهاية في وضعيات بسيطة (مثلاً النهاية المنتهية عند عدد حقيقي x_0) وتوظيف ذلك في أمثلة بسيطة ثمّ توسع إلى وضعيات أخرى.

ولتوضيح ذلك، نعتمد على تمثيلات بيانية باستعمال برمجيات مناسبة كالمجدولات. كما يمكن توظيف الحاسبة البيانية:

* لإزاحة النافذة نحو اليسار عندما يؤول x إلى $-\infty$.
* لإزاحة النافذة نحو اليمين عندما يؤول x إلى $+\infty$.
* لإنجاز تكبير للنافذة بجوار x_0 عندما يؤول x إلى x_0 وذلك لتخمين نهاية أو المصادقة عليها.

تُستغل هذه المناسبة للتذكير بالمستقيم المقارب الموازي لحامل محور الفواصل.

(8) • تُعطى المبرهنات الشهيرة المتعلقة بمجموع وجُداء وحاصل قسمة نهايتين دون برهان. (يمكن أن يُقدم برهاناً على حالة بسيطة).

• تُعطى مبرهنات الحصر (نهاية منتهية، غير منتهية، وكذا المبرهنة التي تربط الترتيب بين دالتين والترتيب بين نهايتين).

• حساب نهاية دالة مركبة $g \circ f$ يطبق في الحالة التي تكون فيها g دالة مألوفة.

(9) • تسمح الملاحظة عند استعمال برمجيات مناسبة أو حاسبة بيانية بتخمين وجود مستقيم مقارب أو منحن مقارب للمنحنى الممثل لدالة، وتحديد الوضعية النسبية لهما وتبرّر النتائج الملاحظة عن طريق الحساب.

التـزايـد المقـارن:

(10) • نجعل التلميذ يلاحظ، انطلاقاً من التمثيلات البيانية للدوال $x \mapsto \ln x$ ، $x \mapsto e^x$ ، $x \mapsto x^n$ حيث n عدد طبيعي غير معدوم، أنّ هذه الدوال تؤول كلّها نحو $+\infty$ عندما $x \to +\infty$، لكن سلوكها مختلف ومن ثمّ استنتاج التزايد المقارن لها: في اللانهاية، تتفوق الدالة الأسية على الدالة " قوة " والدالة " قوة " على الدالة اللوغاريتم. في هذا المجال يمكن استعمال الحاسبة البيانية أو المجدول لتجسيد هذه السلوكات.

(11) • تُدرج دراسة بعض الأمثلة لدوال من الشكل: $x \mapsto e^{-\lambda x^2}$ حيث $(\lambda > 0)$ ؛ $x \mapsto a^x$ حيث$(a > 0)$ أو $x \mapsto x^a$ حيث$(x > 0$ و $a \in \mathbb{R})$.

• نقبل العلاقة: $a^b = e^{b \ln a}$ من أجل كل عددين حقيقيين a و b حيث $a > 0$ و b كيفي.

المتتاليات العددية:

(12) • تقترح متتاليات معرّفة باستعمال دالة f بعلاقة من الشكل $u_n = f(n)$ أو $u_{n+1} = f(u_n)$ يتم بهذه المناسبة التذكير بالمتتاليات الحسابية والمتتاليات الهندسية.

(13) • في دراسة نهايات المتتاليات تطبق النتائج المحصل عليها في السنة الثانية أو المبرهنات المعروفة على الدوال عندما يؤول n إلى $+\infty$.

• عندما تقبل الدالة f نهاية ℓ عندما يؤول المتغيّر إلى $+\infty$ فإنّ المتتالية (u_n) المعرّفة بالعلاقة $u_n = f(n)$ تقبل نفس النهاية ℓ عندما يؤول n إلى $+\infty$ (ننبه أنّ العكس غير صحيح).

• تُعطى أمثلة عن دوال محدودة من الأعلى (بالقيمة المطلقة) بمتتالية هندسية متقاربة.

• من خلال أمثلة، ندرس تقارب المتتاليات من الشكل $u_{n+1} = f(u_n)$ خاصة عندما تكون الدالة f تآلفية $(f(x) = ax + b)$، وفي هذه الحالة نناقش سلوك المتتالية حسب قيم العددين الحقيقيين a و b.

(14) • يُعطى تعريف متتاليتين متجاورتين وتُقبل النظرية التي تنص على أنّه إذا كانت متتاليتين متجاورتين فإنّهما تتقربان إلى نفس النهاية ويستثمر ذلك لحساب مساحة الحيّز تحت المنحنى الممثل لدالة.

الأعداد والحساب:

(15) • يتعلق الأمر بالخواص التالية، التي يتعيّن إثباتها:

* إذا كان a يقسم b و b يقسم c فإنّ a يقسم c.
* إذا كان a يقسم b فإنّه من أجل كل عدد صحيح k، a يقسم kb و ka يقسم kb.
* إذا كان a يقسم b و c فإنّه من أجل كل x و y من $\mathbb{Z}$، لدينا a يقسم $bx + cy$.

• نجد هنا فرصاً لممارسة بعض أنماط البرهان.

(16) • تُبرهن الخاصية: من أجل $a \in \mathbb{Z}$ و $b \in \mathbb{N}_+^*$، توجد ثنائية وحيدة $(q;r)$ (q و r عددان صحيحان) حيث: $a = bq + r$ و $0 \le r < b$.

• كما تُبرهن المساواة: $PGCD(a;b) = PGCD(b;r)$.

• نُبرهن أنّ: $PGCD(ka;kb) = kPGCD(a;b)$

وأنّ: $PGCD(a;b) = d$ يكافئ $a = da'$ و $b = db'$ مع a' و b' أوّليين فيما بينهما.

• توسيع مفهوم القاسم المشترك الأكبر إلى $\mathbb{Z}$.

(17) • يمكن اقتراح أنشطة من النوع: إيجاد الأعداد الصحيحة a و b إذا أُعطي $PGCD(a;b)$ وعلاقة بين a و b.

- يمكن اقتراح مشكلات من الواقع مثل تبليط أرضية مستطيلة الشكل، رصف علب (متوازي مستطيلات) في صندوق (متوازي مستطيلات) ذي أبعاد معلومة، ...

(18) • تُبرهن الخواص المتعلقة بتلاؤم الموافقة مع العمليتين + و ×.

- تُقترح أنشطة متنوعة مثل: إيجاد باقي قسمة، حيث يمكن إبراز محدودية الحاسبة.
- حل معادلات في ℤ، من الشكل: $ax+by=c$.
- تُقترح أنشطة متنوعة حول قابلية القسمة تُوظف فيها الموافقات.

(19) • يُبرهن وجود ووحدانية نشر عدد طبيعي N وفق أساس x من الشكل: $N=a_0+a_1x^1+a_2x^2+...+a_nx^n$.

(20) • يُبرهن وجود تحليل عدد طبيعي إلى جُداء عوامل أوّلية ونقبل، دون برهان، وحدانية هذا التحليل.

- تقترح أنشطة متنوعة يُوظف فيها تحليل عدد طبيعي إلى جُداء أعداد أوّلية لتعيين قواسمه (أو عددها) أو مضاعفاته.

(21) • تبرهن الخاصية: $PGCD(a;b)\times PPCM(a;b)=ab$.

- يمكن اقتراح أنشطة حول إيجاد الأعداد الصحيحة a و b إذا أُعطي $PGCD(a;b)$ أو $PPCM(a;b)$ أو علاقة بين a و b.

(22) • تبرهن الخاصية: * $PPCM(ka;kb)=|k|PPCM(a;b)$ حيث k عدد صحيح غير معدوم.

(23) • تُقترح أشطة حول مبرهنة " بيزو " ومبرهنة " غوص ".

(24) • نقصد بنتائج مبرهنة غوص، ما يلي:

* $a\in\mathbb{Z}^*$ و $b\in\mathbb{Z}^*$ و p عدد أوّلي. إذا كان p يقسم ab فإنّ p يقسم a أو p يقسم b.

* a، b و c أعداد طبيعية غير معدومة. إذا كان a مضاعف b و c و $PGCD(b;c)=1$ فإنّ a مضاعف bc.

- يمكن استعمال مبرهنة غوص لحل في ℤ، المعادلة $ax+by=c$.

الإحصاء والاحتمالات:

(25) • مفهوم الاحتمال والمتغيّر العشوائي غير جديد على التلميذ، لذا تستغل هذه الفقرة في معالجة أنشطة تدعم مكتسباته حول الموضوع وتوفر له فرصة توظيفها من جديد لتهيئه إلى التوسع فيها لاحقاً.

(26) • يُفسّر الأمل الرياضياتي لمتغيّر عشوائي باعتباره المتوسط الحسابي لقيم هذا المتغيّر العشوائي مرفقة باحتمال كل منها، وتُعالج أنشطة متنوعة لتأكيد هذا المعنى وتوظيفه للإجابة عن تساؤلات تتعلق بالاحتمالات.

- تُعالج أنشطة نمذجة تجربة يتدخل فيها متغيّر عشوائي وتوظف الانحراف المعياري والأمل الرياضياتي.

(27) • تُستعمل مختلف التمثيلات كالمخططات، الجداول، شجرة الإمكانيات لطرح المبدأ الأساسي للعدّ وشرحه.

• تُبرّر قوانين التحليل التوفيقي انطلاقاً من معالجة أنشطة في العدّ تتمحور حول تجارب بسيطة في السحب (السحب على التوالي دون إعادة، مع الإعادة، السحب في آنٍ واحد)

• تُعالج حالات بسيطة في العدّ لتدعيم مكتسبات التلميذ حول حل مسائل في الاحتمالات المتقطعة.

• يتم التوصل إلى قوانين التحليل التوفيقي باعتماد دراسة نظرية بحيث تصبح هذه القوانين فيما بعد أدوات رياضياتية قوية تسمح بمعالجة وضعيات مركّبة في العدّ تعتمد نمذجتها على تجارب إلقاء قطعة نقدية وإلقاء حجر نرد والسحب بأنواعه الثلاثة.

(28) • يتعلّق الأمر بمعالجة تجارب تؤول نمذجتها إلى تجارب السحب بأنواعه الثلاثة وإلى إلقاء حجر النرد والقطعة النقدية، ثمّ تمديد هذه النمذجة إلى وضعيات تتدخل فيها المتغيرات العشوائية المتقطعة وشجرة الإمكانيات.

• تعتبر المحاكاة وسيلة ضرورية لنمذجة مبنية على التجربة وذلك باستعمال تواتر كل مخرج من مخارجها، في حين تصبح قوانين التحليل التوفيقي أداة رياضياتية قوية لنمذجة نظرية.

الأعـداد المـركّبـة:

(29) • ندرس الأعداد المركّبة في إطار هندسي.

• نقترح أنشطة تتعلق بالبحث عن مجموعات النقط و/أو استعمال المرجح.

(30) • نتطرّق إلى الجذرين التربيعيين لعدد مركّب.

(31) • تُقدّم المساعدة المناسبة للتلميذ لحل هذا النوع من المعادلات.

(32) • يُرمز $e^{i\alpha}$ للعدد المركّب $\cos\alpha + i\sin\alpha$.

(33) • نُميّز دائرة مركزها النقطة Ω ذات اللاحقة z_0 أو نصف مستقيم مبدؤه Ω بعلاقة من الشكل $z = z_0 + ke^{i\theta}$، k ثابت موجب و θ يمسح $\mathbb{R}$ عندما يتعلق الأمر بالدائرة أو θ ثابت و k يمسح $\mathbb{R}^{+}$ عندما يتعلق الأمر بنصف المستقيم.

• يُدرج تفسير طويلة وعمدة العددين $z_A - z_B$ و $\dfrac{z_A - z_B}{z_C - z_D}$ واستعمالها في حل مسائل هندسية.

• نُبرهن الدساتير المتعلقة لطويلة وعمدة جُداء أو حاصل قسمة عددين مركّبين غير معدومين، نبيّن عندئذٍ أهمية ترميز أولير. (نستعمل ترميز أولير لإيجاد دساتير التحويل المدروسة سابقا في حساب المثلثات).

التـحـويـلات الـنـقـطـيـة:

(34) • نُبرز الكتابة المختصرة $z' - z_0 = k\left(z - z_0\right)$ لكل من التحاكي والدوران.

(35) • تُعالج مسائل هندسية يتم فيها برهان خواص هذه التحويلات كحفظ الاستقامية، التوازي، المُرَجَّح، ...؛ التأثير على الأطوال وعلى المساحات؛ ... يمكن في هذه الفقرة الاعتماد على تمييز الدائرة وتمييز نصف المستقيم المشار إليهما أعلاه.

(36) • نُعرّف التشابه المباشر كتحويل نقطي يحافظ على نسب المسافات ويحافظ كذلك على الزوايا الموجّهة.

• في حالة التي تكون فيها نسبة التشابه المباشر هي1، نقول عن التشابه المباشر إنّه تقايساً موجباً(أو إزاحة).

• نُبيّن أنّ التحويلات المدروسة سابقاً هي تشابهات مباشرة.

(37) • نقبل أنّه لا توجد تشابهات مباشرة أخرى شكلها المركّب يختلف عن $z'=az+b$ مع $a\in\mathbb{C}^*$ و $b\in\mathbb{C}$. (يمكن برهان هذه النتيجة)

• نُبيّن أنّ التشابه المباشر (ماعدا الانسحاب) يتميّز بثلاثة عناصر: مركزه ونسبته وزاويته.

• تُعالج مسائل متنوعة ووضعيات نستعمل فيها المثلثات المتشابهة تدعيماً لمكتسبات التلاميذ في السنة الأولى.

• نُبرهن أنّ إذا كانت A ، B ، A' و B' أربع نقط مختلفة مثنى مثنى فإنّه يوجد تشابه مباشر وحيد يُحوِّل A إلى A' و B إلى B'.

(38) • تُقترح أنشطة حول تحويلات نقطية كتابتها المركّبة هي $z'=a\overline{z}+b$ وذلك في حالات خاصة وبتقديم المساعدة المناسبة.

الــدوال الأصليــة:

(39) • نُدرج الخواص المعروفة للدوال الأصلية وحسابها المستخلصة انطلاقاً من خواص المشتقات.

(40) • نثبت وحدانية الدالة الأصلية لدالة معرّفة على مجال تأخذ قيمة معيّنة من أجل قيمة معلومة من هذا المجال عندما نتعرّف على إحدى دوالها الأصلية.

الحساب التكـامـلي:

(41) • يتم مقاربة مفهوم التكامل بحساب مساحات لأشكال هندسية معروفة (مستطيل، مثلث في وضعيات مختلفة، شبه منحرف).

• مثلا حساب مساحة الحيّز المستوي تحت المنحنى الممثل لدالة f مستمرة وموجبة على مجال $[a;b]$ أي مجموعة النقط $M(x;y)$ حيث $a\le x\le b$ و $0\le y\le f(x)$. ثمّ نقارن النتيجة بالعدد $G(b)-G(a)$ حيث G هي دالة أصلية للدالة f على المجال $[a;b]$.

• نأخذ f دالة مستمرة وموجبة في وضعيات أوّلية 1) ثابتة (مساحة مستطيل)
2) تآلفية (مساحة مثلث أو شبه منحرف)

• نعرّف العدد $\int_a^b f(x)dx$ بالفرق $G(b)-G(a)$ ونقرأ **"التكامل من a إلى b لـِ $f(x)$ تفاضل x"** وهو يُمثّل مساحة الحيّز المستوي المحدّد بمنحنى الدالة f والمستقيمات التي معادلاتها $x=a$، $x=b$ و $y=0$ في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد.

(42) • نُدرج خواص التكامل في حالة f موجبة والمتعلقة:

* بعلاقة شال $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$ ونتائجها وبالخطية.

* بالمقارنة: إذا كانت $f \le g$ فإنّ $\int_a^b f(x)dx \le \int_a^b g(x)dx$.

* بالقيمة المتوسطة لدالة: $\frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx$.

* حصر القيمة المتوسطة: إذا كانت $m \le f(x) \le M$ على مجال $[a;b]$ فإنّ $m \le \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx \le M$.

• بعد التعرّف على الخواص السابقة يتم التعميم شيئاً فشيئاً من أجل:

* f سالبة حيث: $\int_a^b f(x)dx = -\int_a^b |f(x)|dx$.

* f تغيّر إشارتها.

* إشارة العدد $\int_a^b f(x)dx$ بدلالة إشارة f على المجال $[a;b]$.

(43) • تعريف الدالة الأصلية للدالة f على $[a;b]$ والتي تنعدم من أجل a على أنّها الدالة التي ترفق كل x من $[a;b]$ بالعدد $\int_a^x f(t)dt$.

(44) • حساب الحجوم: $\int_a^b \pi\left[f(x)\right]^2 dx$ نقتصر على الأمثلة البسيطة سهلة الحساب.

(45) • يتعلق الأمر بمعالجة مشكلات من الواقع أو المرتبطة به مثل العبارة التكاملية للمسافة المقطوعة على مستقيم بمعرفة السرعة اللحظية.

الهندسة في الفضاء:

- (46) نُعمّم تعريف الجُداء السُلّمي في المستوي إلى الفضاء، نراجع بهذه المناسبة الجُداء السُلّمي في المستوي. ونستعمل التعبير " شعاع يُعامد مستو ".
- (47) تُعالج مسائل يتطلب حلّها استعمال الجُداء السُلّمي و/أو عبارته التحليلية.
- (48) مجموعات النقط المقصودة هنا هي تلك المعرّفة كما يلي: مجموعة النقط M حيث $\overrightarrow{AM}.\vec{u}=k$ أو بصفة عامة $\alpha MA^2+\beta MB^2=k$ (k عدد حقيقي).
- (49) نعني بالتمييز بالمرجح، تعريف مستقيم، قطعة مستقيم ومستو، كمجموعة مراجح نقطتين، مرفقتين بمعاملين من نفس الإشارة، 3 نقط ليست على استقامة واحدة، على الترتيب.
- (50) نُسجّل أنّه يمكن تمثيل مستقيم بمعادلتين خطيتين.
- (51) نُبرّر كيف أنّ دراسة الوضع النسبي لمستويين أو لمستقيم ومستو أو لمستقيمين يؤول إلى حل جملة معادلات خطية.
- نتطرّق إلى تقاطع ثلاثة مستويات الذي يؤدي إلى حل جملة ثلاث معادلات خطية بثلاثة مجاهيل.

المادّة: رياضيات	المستوى: السنة الثالثة ثانوي	الشعبة: تقني رياضي	
الفصل الأول: 12 أسبوعا	**الدوال العددية** (الاشتقاقية والاستمرارية)	**أسبوعان ونصف**	**14 ساعة**
	الدالتان الأسية واللوغاريتمية	**أسبوعان**	**12 ساعة**
	الدوال العددية (النهايات)	**أسبوع**	**6 ساعات**
	التزايد المقارن ودراسة الدوال	**أسبوع ونصف**	**10 ساعات**
	المـتتاليـات العدديـــة	**أسبوعان**	**12 ساعات**
	الأعداد والحساب	**أسبوع**	**6 ساعات**
	تـقـويـم ومعـالـجـة	**أسبوعان**	**12 ساعات**

الأسبوع	المحور	الدرس	العنوان	ح ساعي
1	العددية (الاشتقاقية	1	تقويم تشخيصي للمكتسبات التلاميذ	**2**
		2	**الاشتقاقية والاستمرارية:** التذكير بالنتائج المحصل عليها في السنة الثانية (1) العدد المشتق والمماس تعريف استمرار دالة على مجال	**2**
		3	مبرهنة القيم المتوسطة واستعمالها في إثبات وجود حلول للمعادلة $f(x)=k$، k عدد حقيقي.	**2**
2			المشتقات المتتابعة، حساب مشتق دالة مركّبة.	**1**

		4	استعمال المشتقات لدراسة خواص دالة والمنحنى الممثل لها (اتجاه تغيّر دالة على مجال، التقريب الخطي، نقطة الانعطاف، ...)	1
		5	استعمال المشتقات لدراسة خواص دالة والمنحنى الممثل لها. (تابع)	1
		6	توظيف المشتقات لحل مشكلات. (دراسة اتجاه تغيّر دوال كثيرات حدود، ناطقة، صماء) (2)	2
		7	توظيف المشتقات لدراسة الدوال المثلثية: $x \mapsto \sin x$ ، $x \mapsto \cos x$، $t \mapsto a\sin(\omega t+\varphi)$ (3)	1
3		9	توظيف المشتقات لدراسة الدوال المثلثية: $x \mapsto \sin x$ ، $x \mapsto \cos x$، $t \mapsto a\sin(\omega t+\varphi)$ (3) **تابع**	2
	الدالتان الأسية واللوغاريتمية	10	**الدالة الأسية:** نشاط، تعريف وخواص الدالة $x \mapsto \exp(x)$. (4)	2
		11	دراسة الدالة الأسّية النيبرية وتوظيف خواصها في حل معادلات ومتراجحات.	2
4		12	توظيف خواص دوال أسية $x \mapsto e^{kx}$.	1
		13	دراسة الدالة $\exp o u$.	1
		14	**الدوال اللوغاريتمية:** تعريف وخواص الدالة اللوغاريتمية النيبرية (5)	1
		15	دراسة الدالة اللوغاريتمية النيبرية وتوظيف خواصها في حل معادلات ومتراجحات.	2
		16	دراسة الدالة $\ln o u$ ، تعريف اللوغاريتم العشري. (6)	1
5		17	دراسة الدالة $\ln o u$ ، تعريف اللوغاريتم العشري. (6) (تابع)	1
		18	حل معادلات تفاضلية من الشكل: $y' = ay + b$.	1
	الدوال العددية (النهايات)	19	**النهايات:** حساب نهاية منتهية أو غير منتهية لدالة عند الحدود (المنتهية أو غير المنتهية) لمجالات مجموعة تعريف. المستقيمات المقاربة الموازية للمحورين. (7)	2
		20	حساب نهاية باستعمال المبرهنات المتعلقة بالعمليات على النهايات. (8)	1
		22	حساب نهاية باستعمال المبرهنات المتعلقة بالعمليات على النهايات. (تابع)	1
6		21	حساب نهاية باستعمال المقارنة أو الحصر وتركيب دالتين.	1
		22	دراسة السلوك التقاربي لدالة، المستقيم المقارب المائل (9)	1
	التزايد المقارن ودراسة دوال	23	دوال القوى والجذور النونية وتوظيف خواصهما.	2
		24	معرفة وتفسير النهايات: $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x}=+\infty$ ؛ $\lim\limits_{x\to-\infty} xe^x = 0$ ؛ $\lim\limits_{x\to0^+} x\ln x = 0$ ؛ $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0$. (10)	1
		25	تطبيقات على النهايات الأسية واللوغاريتمية	1

الأسبوع	الميدان	الرقم	المحتوى	الساعات
7		26	دراسة دوال كثيرات حدود، ناطقة، صماء، دوال القوى. وحل مشكلات باستعمالها (11)	3
		27	دراسة دوال أسية، اللوغاريتم، دوال القوى وحل مشكلات باستعمالها. (تابع)	3
8	المتتاليات العددية	28	توليد متتالية عددية: استعمال التمثيل البياني لتخمين سلوك ونهاية متتالية عددية. (12)	1
		29	استعمال التمثيل البياني لتخمين سلوك ونهاية متتالية عددية. (تابع)	1
		30	التذكير بالمتتالية الحسابية والمتتالية الهندسية من خلال أنشطة وتطبيقات عليها	2
		31	**الاستدلال بالتراجع:** إثبات خاصية بالتراجع.	2
9		32	**الاستدلال بالتراجع:** إثبات خاصية بالتراجع. تابع	1
		33	**خواص المتتاليات:** دراسة سلوك ونهاية متتالية. (13)	2
		34	**المتتاليتان المتجاورتان:** تعريف ومفهوم متتاليتين متجاورتين. (14)	1
		35	حل مشكلات توظف فيها المتتاليات والبرهان بالتراجع.	2
10	الأعداد والحساب	36	**قابلية القسمة □:** إثبات أنّ عدداً صحيحاً يقسم عدداً صحيحاً آخراً.	1
		37	استعمال خواص قابلية القسمة في □.(15)	1
		38	**القسمة الإقليدية في □:** استعمال خوارزمية إقليدس لتعيين القاسم المشترك الأكبر لعددين طبيعيين. (16)	1
		39	استعمال خوارزمية إقليدس لتعيين القواسم المشتركة لعددين طبيعيين.	1
		40	حل مشكلات بتوظيف خواص القاسم المشترك الأكبر. (17)	1
		41	**الموافقات في □:** معرفة واستعمال خواص الموافقات في □. (18)	1

المادّة: رياضيات	**المستوى: السنة الثالثة ثانوي**	**الشعبة: تقني رياضي**	
الفصل الثاني: 10 أسابيع	**الأعــداد والحساب**	**أسبوعان**	**12 ساعة**
	الإحصاء والاحتمالات	**أسبوعان**	**12 ساعة**
	الأعداد المركبة والتحويلات النقطية	**3 أسابيع ونصف**	**21 ساعات**
	الدوال الأصلية	**نصف أسبوع**	**3 ساعات**
	تقويم ومعالجة	**أسبوعان**	**12 ساعات**

ح ساعي	العنوان	رقم الدرس	المحور	الأسبوع
1	تعاريف وخواص الموافقات في □.	36	الأعداد والحساب	1
1	**التعداد:** نشر عدد طبيعي وفق أساس. (19)	37		
1	الانتقال من نظام أساسه α إلى نظام أساسه β.	38		
1	**الأعداد الأوّلية:** التعرّف على أوّلية عدد طبيعي.	39		
1	استعمال تحليل عدد طبيعي إلى جُداء عوامل أوّلية لتعيين مضاعفاته وقواسمه. (20)	40		
1	**المضاعف المشترك الأصغر:** استعمال تحليل عدد طبيعي إلى جُداء عوامل أوّلية لتعيين المضاعف المشترك الأصغر والقاسم المشترك الأكبر.	41		
1	استعمال العلاقة بين المضاعف المشترك الأصغر والقاسم المشترك الأكبر. (21)	42		2
1	استعمال خواص المضاعف المشترك الأصغر. (22)	43		
1	**مبرهنة بيزو:** استعمال مبرهنة بيزو. (23)	44		
2	**مبرهنة غوص:** استعمال مبرهنة غوص ونتائجها. (24)	45		
1	حل مسائل في الحساب	46		
2	**الاحتمالات المتساوية على مجموعة منتهية:** إيجاد قانون احتمال لمتغيّر عشوائي. (25)	47	الإحصاء والاحتمالات	3
2	حل مسائل في الاحتمالات توظف المتغيرات العشوائية، قانون احتمالها، التباين، الانحراف المعياري والأمل الرياضياتي. (26)	48		
1	**المبدأ الأساسي للعد:** العدّ باستخدام المبدأ الأساسي للعدّ (المجموع والجُداء). (27)	49		
1	تنظيم معطيات من أجل عدّها باستخدام المبدأ الأساسي للعدّ (المجموع والجُداء). (تابع)			
2	استخراج بعض قوانين التحليل التوفيقي (القوائم، الترتيبات، التبديلات، التوفيقات).	50		4
2	حل مسائل في العد باستعمال قوانين التحليل التوفيقي	51		
1	دستور ثنائي الحدّ.	52		
1	نمذجة وضعيات بالاعتماد على التجارب المرجعية للسحب أو الإلقاء. (28)	53		
1	**المجموعة □:** إجراء العمليات الحسابية على الأعداد المركّبة. (29)	54	[illegible]	5

		55	استعمال خواص مرافق عدد مركّب، حساب طويلة عدد مركّب.	1
		56	تعيين الجدرين التربيعيين لعدد مركّب. (30)	1
		57	حل في $\mathbb{C}$، معادلة من الدرجة الثانية ذات معاملات حقيقية. (31)	1
		58	حل في $\mathbb{C}$، معادلات يؤول حلها إلى حل معادلة من الدرجة الثانية ذات معاملات حقيقية.	1
		59	**الشكل المثلثي لعدد مركب غير معدوم:** حساب عمدة لعدد مركب غير معدوم.	1
6		60	الانتقال من الشكل الجبري إلى الشكل المثلثي والعكس.	1
		61	ترميز أولير: $e^{i\alpha}$ (32)	1
		62	التعبير عن خواص لأشكال هندسية باستعمال الأعداد المركّبة. (33)	1
		63	توظيف خواص الطويلة والعمدة لحل مسائل في الأعداد المركّبة وفي الهندسة.	1
		64	توظيف دستور موافر لحل مسائل في الأعداد المركّبة وفي الهندسة.	1
	التحويلات النقطية	65	**التحويلات النقطية المألوفة:** تعيين الكتابة المركّبة للتحويلات النقطية المألوفة (الانسحاب، التحاكي، الدوران). ـ التعرّف عن تحويل انطلاقاً من الكتابة المركّبة. (34)	1
7		66	حل مسائل هندسية تتطلب استعمال انسحابات، تحاكيات أو دورانات بالأعداد المركّبة. (35)	1
		67	توظيف الأعداد المركّبة لبرهان خواص الانسحاب، الدوران والتحاكي.	1
		68	**التشابهات المستوية المباشرة:** التعرّف على تشابه مباشر. (36)	1
		69	التعبير عن تشابه مباشر بالأعداد المركّبة. (37)	1
		70	تركيب تشابهين مباشرين.	1
		71	تعيين التحليل القانوني لتشابه مباشر بواسطة الأعداد المركّبة. توظيف التحليل القانوني لتشابه مباشر بواسطة الأعداد المركّبة.	1
8		72	توظيف خواص التشابهات المباشرة لحل مسائل هندسية.	2
		73	أنشطة حول تحويلات نقطية كتابتها المركبة هي $z'=a\bar{z}+b$. (38)	1
	[illegible]	74	تعرف الدالة الأصلية لدالة على مجال والخواص. (39)	1

		75	تعيين دالة أصلية لدالة مستمرة على مجال. تعيين دوال أصلية لدوال مألوفة.	**2**

المادّة: رياضيات	**المستوى: السنة الثالثة ثانوي**		**الشعبة: تقني رياضي**	
الفصل الثالث: 6 أسابيع	**الدوال الأصلية (تابع)**		**نصف أسبوع**	**3 ساعة**
	الحساب التكاملي		**أسبوع ونصف**	**9 ساعة**
	الهندسة في الفضاء		**أسبوعان ونصف**	**15 ساعات**
	تقويم ومعالجة		**أسبوع ونصف**	**9 ساعة**

الأسبوع	المحور	رقم الدرس	العنوان	ح ساعي
1	الدوال الأصلية	75	تعيين دالة أصلية لدالة مستمرة على مجال. تعيين دوال أصلية لدوال مألوفة. (تابع)	**1**
		76	تعيين الدالة أصلية التي تأخذ قيمة y_0 من أجل قيمة x_0 للمتغيّر. (40)	**1**
		77	حل معادلات تفاضلية من الشكل: $y'=f(x)$ ، $y''=f(x)$ حيث f دالة مألوفة.	**1**
1	الحساب التكاملي	78	المقاربة والتعريف. (41)	**1**
		79	توظيف خواص التكامل لحساب مساحة سطح معطى. (42)	**2**
2		80	مفهوم القيمة المتوسطة لدالة على مجال وحصرها.	**1**
		81	استعمال التكامل بالتجزئة.	**2**
		82	توظيف الحساب التكاملي لحساب دوال أصلية. (43)	**1**
		83	حساب حجم لمجسمات بسيطة. (44)	**1**
		84	توظيف الحساب التكاملي لحل مشكلات بسيطة. (45)	**1**
3	[illegible]	85	**الجداء السلمي:** توظيف الجُداء السُلّمي لإثبات تعامد مستقيمين، تعامد مستويين، تعامد مستقيم ومستوٍ. (46)	**2**

		86	توظيف الجُداء السُلّمي لتعيين معادلة ديكارتية لمستوٍ. (47)	**1**
		87	توظيف الجُداء السُلّمي لحساب المسافة بين نقطة ومستوٍ.	**1**
		88	توظيف الجُداء السُلّمي لتعيين مجموعات نقط. (48)	**2**
4		89	**المستقيمات والمستويات في الفضاء:** استعمال التمثيلات الوسيطية أو التمييز بالمرجح لحل مسائل الاستقامية، التلاقي، انتماء 4 نقط إلى نفس المستوي. (49)	**3**
		90	الانتقال من جملة معادلتين لمستقيم أو معادلة لمستوٍ إلى تمثيل وسيطي والعكس. (50)	**1**
		91	**الأوضاع النسبية:** تحديد الوضع النسبي لمستويين، لمستقيم ومستو، لمستقيمين. (51)	**2**
5		92	تعيين تقاطع مستويين، مستقيم ومستو، مستقيمين. تقاطع 3 مستويات.	**3**

التدرجات السنوية

مادة الرياضيات

السنة الثالثة شعبة رياضيات

السنة الثالثة رياضيات ـــــــــــــــ توجيهات وتعاليق وأمثلة لأنشطة

الـدوال العدديـة (الاشتقاقية والاستمرارية)

(1) • التذكير بالنتائج المحصل عليها في السنة الثانية، من خلال أنشطة وتمارين هادفة مختارة بعناية.

• من خلال دوال مثل: $x \mapsto x^2$ ، $x \mapsto |x|$ و $x \mapsto \sqrt{x}$ نجعل التلاميذ يلاحظون أنّ الدالة تكون مستمرة على مجال، عندما يمكن رسم منحنيها البياني على هذا المجال دون رفع القلم.

• كل الدوال المألوفة المقرّرة في هذا المستوى مستمرة على كل مجال من مجموعة تعريفها.

• لا تثار مسألة البحث في إثبات استمرارية دالة

(2) • ندرس أمثلة حول دوال من مثل:

* الدوال الناطقة (حاصل قسمة كثير حدود من الدرجة 2 أو 3 على كثير حدود من الدرجة 1 أو 2).

* الدوال الصماء $x \mapsto \sqrt{f(x)}$، حيث f دالة موجبة وقابلة للاشتقاق.

* الدوال المثلثية: $x \mapsto \cos(ax+b)$ ، $x \mapsto \sin(ax+b)$ ، $x \mapsto \tan(x)$.

• فيما يخص الدوال الصماء نتطرّق إلى المماس الموازي لحامل محور التراتيب.

• يمكن الملاحظة أنّ كل دالة قابلة للاشتقاق على مجال هي دالة مستمرة على هذا المجال.

(3) • نشرح الكتابات $\frac{df}{dx}$، $\frac{d^2f}{dx^2}$ (المستعملة في الفيزياء) والكتابة $dy = f'(x).dx$.

يمكن توظيف العلاقة $\Delta y \approx f'(x).\Delta x$ باستعمال مجدول لتقريب دالة تكون حلا لإحدى المعادلات التفاضلية: $y' = y$ ، $y' = \frac{1}{x}$.

الدوال الأسية واللوغاريتمية:

(4) • تُعرف الدالة الأسية كحل خاص للمعادلة التفاضلية $y' = y$ التي تحقّق $y(0) = 1$.

• نبدأ بإنشاء حل تقريبي لهذه المعادلة باستخدام مجدول (بتطبيق طريقة أولير) ثمّ بعدها نقبل بوجود هذا الحل.

• نقدّم هذه الدالة في مرحلة مبكرة من السنة الدراسية قصد توظيفها في العلوم الفيزيائية.

• نستنتج من التعريف خواص الدالة الأسية: $\exp(x) > 0$ ، $\exp(x+y) = \exp(x) \times \exp(y)$. الترميز e^x، النهايات والمنحنى الممثل لها.

(5) • نبيّن من أجل كل عدد حقيقي a موجب تماما، أنّ المعادلة $e^x = a$ تقبل حلاً وحيداً نرمز له بالرمز $\ln a$، يمكن القول حينئذ أنّ الدالة $\ln$ هي الدالة العكسية للدالة الأسية، لكن لا تُعطى أي دراسة تفصيلية حول الدالة العكسية.

• تُستنتج الخواص الجبرية والتحليلية للدالة اللوغاريتمية $\ln$ من خواص الدالة الأسية $\exp$.

• تتم الإشارة إلى أنّ المنحنيين الممثلين للدالتين $\ln$ و $\exp$ متناظران بالنسبة للمنصف الأوّل في المعلم المتعامد والمتجانس وتبرير ذلك.

(6) • يعطى تعريف دالة اللوغاريتم العشري (التي نرمز إليها بالرمز $\log$) ويشار إلى أهمية تطبيقاتها في مواد أخرى.

الــدوال العدديــة (النهايات)

(7) • ننطلق من وضعيات ذات دلالة تتعلق بالدوال المدروسة في السنة الثانية ثانوي، ونهتم فقط بدوال تكون مجموعة تعريفها معطاة أو سهلة التعيين.
• تُدعّم مكتسبات التلاميذ حول مفهوم النهاية في وضعيات بسيطة (مثلاً النهاية المنتهية عند عدد حقيقي x_0) وتوظيف ذلك في أمثلة بسيطة ثمّ توسع إلى وضعيات أخرى.
ولتوضيح ذلك، نعتمد على تمثيلات بيانية باستعمال برمجيات مناسبة كالمجدولات. كما يمكن توظيف الحاسبة البيانية:
* لإزاحة النافذة نحو اليسار عندما يؤول x إلى $-\infty$.
* لإزاحة النافذة نحو اليمين عندما يؤول x إلى $+\infty$.
* لإنجاز تكبير للنافذة بجوار x_0 عندما يؤول x إلى x_0 وذلك لتخمين نهاية أو المصادقة عليها.
تُستغل هذه المناسبة للتذكير بالمستقيم المقارب الموازي لحامل محور الفواصل.

(8) • تُعطى المبرهنات الشهيرة المتعلقة بمجموع وجُداء وحاصل قسمة نهايتين دون برهان. (يمكن أن يُقدم برهاناً على حالة بسيطة).
• تُعطى مبرهنات الحصر (نهاية منتهية، غير منتهية، وكذا المبرهنة التي تربط الترتيب بين دالتين والترتيب بين نهايتين).
• حساب نهاية دالة مركبة $g\circ f$ يطبق في الحالة التي تكون فيها g دالة مألوفة.

(9) • تسمح الملاحظة عند استعمال برمجيات مناسبة أو حاسبة بيانية بتخمين وجود مستقيم مقارب أو منحن مقارب للمنحنى الممثل لدالة، وتحديد الوضعية النسبية لهما وتبرّر النتائج الملاحظة عن طريق الحساب.

التزايـد المقـارن:

(10) • نجعل التلميذ يلاحظ، انطلاقاً من التمثيلات البيانية للدوال $x\mapsto \ln x$ ، $x\mapsto e^{x}$ ، $x\mapsto x^{n}$ حيث n عدد طبيعي غير معدوم، أنّ هذه الدوال تؤول كلّها نحو $+\infty$ عندما $x\to+\infty$ ، لكن سلوكها مختلف ومن ثمّ استنتاج التزايد المقارن لها: في اللانهاية، تتفوق الدالة الأسية على الدالة " قوة " والدالة " قوة " على الدالة اللوغاريتم. في هذا المجال يمكن استعمال الحاسبة البيانية أو المجدول لتجسيد هذه السلوكات.

(11) • تُدرج دراسة بعض الأمثلة لدوال من الشكل: $x\mapsto e^{-\lambda x^{2}}$ حيث $(\lambda>0)$ ؛ $x\mapsto a^{x}$ حيث$(a>0)$ أو $x\mapsto x^{a}$ حيث$(x>0$ و $a\in\mathbb{R})$.
• نقبل العلاقة: $a^{b}=e^{b\ln a}$ من أجل كل عددين حقيقيين a و b حيث $a>0$ و b كيفي.

المـتـتـاليـات العدديـة:

(12) • تقترح متتاليات معرّفة باستعمال دالة f بعلاقة من الشكل$u_n=f(n)$ أو $u_{n+1}=f(u_n)$ يتم بهذه المناسبة التذكير بالمتتاليات الحسابية والمتتاليات الهندسية.

(13) • في دراسة نهايات المتتاليات تطبق النتائج المحصل عليها في السنة الثانية أو المبرهنات المعروفة على الدوال عندما يؤول n إلى $+\infty$.
• عندما تقبل الدالة f نهاية ℓ عندما يؤول المتغيّر إلى $+\infty$ فإنّ المتتالية (u_n) المعرّفة بالعلاقة $u_n=f(n)$ تقبل نفس النهاية ℓ عندما يؤول n إلى $+\infty$ (ننبه أنّ العكس غير صحيح).
• تُعطى أمثلة عن دوال محدودة من الأعلى (بالقيمة المطلقة) بمتتالية هندسية متقاربة.

- من خلال أمثلة، ندرس تقارب المتتاليات من الشكل $u_{n+1} = f\left(u_n\right)$ خاصة عندما تكون الدالة f تآلفية $\left(f\left(x\right) = ax + b\right)$، وفي هذه الحالة نناقش سلوك المتتالية حسب قيم العددين الحقيقيين a و b.

(14) • يُعطى تعريف متتاليتين متجاورتين وتُقبل النظرية التي تنص على أنّه إذا كانت متتاليتين متجاورتين فإنّهما تتقربان إلى نفس النهاية ويستثمر ذلك لحساب مساحة الحيّز تحت المنحنى الممثل لدالة.

الأعداد والحساب:

(15) • يتعلق الأمر بالخواص التالية، التي يتعيّن إثباتها:

* إذا كان a يقسم b و b يقسم c فإنّ a يقسم c.
* إذا كان a يقسم b فإنّه من أجل كل عدد صحيح k، a يقسم kb و ka يقسم kb.
* إذا كان a يقسم b و c فإنّه من أجل كل x و y من □، لدينا a يقسم $bx + cy$.

- نجد هنا فرصاً لممارسة بعض أنماط البرهان.

(16) • تُبرهن الخاصية: من أجل $a \in$ □ و $b \in$ □$^*_+$، توجد ثنائية وحيدة $\left(q;r\right)$ (q و r عددان صحيحان) حيث: $a = bq + r$ و $0 \le r < b$.

- كما تُبرهن المساواة: $PGCD\left(a;b\right) = PGCD\left(b;r\right)$.
- نُبرهن أنّ: $PGCD\left(ka;kb\right) = kPGCD\left(a;b\right)$

وأنّ: $PGCD\left(a;b\right) = d$ يكافئ $a = da'$ و $b = db'$ مع a' و b' أوّليين فيما بينهما.

- توسيع مفهوم القاسم المشترك الأكبر إلى □.

(17) • يمكن اقتراح أنشطة من النوع: إيجاد الأعداد الصحيحة a و b إذا أُعطي $PGCD\left(a;b\right)$ وعلاقة بين a و b.

- يمكن اقتراح مشكلات من الواقع مثل تبليط أرضية مستطيلة الشكل، رصف علب (متوازي مستطيلات) في صندوق (متوازي مستطيلات) ذي أبعاد معلومة، ...

(18) • تُبرهن الخواص المتعلقة بتلاؤم الموافقة مع العمليتين $+$ و $\times$.

- تُقترح أنشطة متنوعة مثل: إيجاد باقي قسمة، حيث يمكن إبراز محدودية الحاسبة.
- حل معادلات في □، من الشكل: $ax + by = c$.
- تُقترح أنشطة متنوعة حول قابلية القسمة تُوظف فيها الموافقات.

(19) • يُبرهن وجود ووحدانية نشر عدد طبيعي N وفق أساس x من الشكل: $N = a_0 + a_1x^1 + a_2x^2 + \ldots + a_nx^n$.

(20) • يُبرهن وجود تحليل عدد طبيعي إلى جُداء عوامل أوّلية ونقبل، دون برهان، وحدانية هذا التحليل.

- تقترح أنشطة متنوعة يُوظف فيها تحليل عدد طبيعي إلى جُداء أعداد أوّلية لتعيين قواسمه (أو عددها) أو مضاعفاته.

(21) • تبرهن الخاصية: $PGCD\left(a;b\right)\times PPCM\left(a;b\right)=ab$.
• يمكن اقتراح أنشطة حول إيجاد الأعداد الصحيحة a و b إذا أُعطي $PGCD\left(a;b\right)$ أو $PPCM\left(a;b\right)$ أو علاقة بين a و b.
(22) • تبرهن الخاصية: * $PPCM\left(ka;kb\right)=\left|k\right|PPCM\left(a;b\right)$ حيث k عدد صحيح غير معدوم.
(23) • تُقترح أنشطة حول مبرهنة " بيزو " ومبرهنة " غوص ".
(24) • نقصد بنتائج مبرهنة غوص، ما يلي:

* $a\in\mathbb{Z}^*$ و $b\in\mathbb{Z}^*$ و p عدد أوّلي. إذا كان p يقسم ab فإنّ p يقسم a أو p يقسم b.
* a ، b و c أعداد طبيعية غير معدومة. إذا كان a مضاعف b و c و $PGCD\left(b;c\right)=1$ فإنّ a مضاعف bc.

• يمكن استعمال مبرهنة غوص لحل في $\mathbb{Z}$، المعادلة $ax+by=c$.

الإحصاء والاحتمالات:

(25) • مفهوم الاحتمال والمتغيّر العشوائي غير جديد على التلميذ، لذا تستغل هذه الفقرة في معالجة أنشطة تدعم مكتسباته حول الموضوع وتوفر له فرصة توظيفها من جديد لتهيئه إلى التوسع فيها لاحقاً.
(26) • يُفسّر الأمل الرياضياتي لمتغيّر عشوائي باعتباره المتوسط الحسابي لقيم هذا المتغيّر العشوائي مرفقة باحتمال كل منها، وتُعالج أنشطة متنوعة لتأكيد هذا المعنى وتوظيفه للإجابة عن تساؤلات تتعلق بالاحتمالات.
• تُعالج أنشطة نمذجة تجربة يتدخل فيها متغيّر عشوائي وتوظف الانحراف المعياري والأمل الرياضياتي.
(27) • تُستعمل مختلف التمثيلات كالمخططات، الجداول، شجرة الإمكانيات لطرح المبدأ الأساسي للعدّ وشرحه.
• تُبرّر قوانين التحليل التوفيقي انطلاقاً من معالجة أنشطة في العدّ تتمحور حول تجارب بسيطة في السحب (السحب على التوالي دون إعادة، مع الإعادة، السحب في آنٍ واحد)
• تُعالج حالات بسيطة في العدّ لتدعيم مكتسبات التلميذ حول حل مسائل في الاحتمالات المتقطعة.
• يتم التوصل إلى قوانين التحليل التوفيقي باعتماد دراسة نظرية بحيث تصبح هذه القوانين فيما بعد أدوات رياضياتية قوية تسمح بمعالجة وضعيات مركّبة في العدّ تعتمد نمذجتها على تجارب إلقاء قطعة نقدية وإلقاء حجر نرد والسحب بأنواعه الثلاثة.
(28) • يُبرّر تعريف الاحتمال الشرطي انطلاقاً من وضعيات بسيطة في الاحتمالات المتساوية ثمّ يطبق في الحالات الأخرى.
• تعتبر الأنشطة التي تتعلق بتجارب السحب المتتالي ميداناً خصباً لمعالجة الاحتمالات الشرطية، لذا تقترح على التلميذ وضعيات متنوعة منها توفر له فرصة توظيف شجرة الاحتمالات.
(29) • تُعالج أنشطة حول الاحتمالات الشرطية يتطلب حلّها تطبيق قوانين التحليل التوفيقي.
• تُوسع هذه المسائل إلى وضعيات إدماجية من محيط التلميذ في ميدان الاقتصادي و/أو البيولوجي و/أو الفيزيائي وإلى المواد الدراسية الأخرى.

(30) • يتعلّق الأمر بمعالجة تجارب تؤول نمذجتها إلى تجارب السحب بأنواعه الثلاثة وإلى إلقاء حجر النرد والقطعة النقدية، ثمّ تمديد هذه النمذجة إلى وضعيات تتدخل فيها المتغيرات العشوائية المتقطعة وشجرة الإمكانيات.

• تعتبر المحاكاة وسيلة ضرورية لنمذجة مبنية على التجربة وذلك باستعمال تواتر كل مخرج من مخارجها، في حين تصبح قوانين التحليل التوفيقي أداة رياضياتية قوية لنمذجة نظرية.

الأعـداد المـركّبـة:

(31) • ندرس الأعداد المركّبة في إطار هندسي.

• نقترح أنشطة تتعلق بالبحث عن مجموعات النقط و/أو استعمال المرجح.

(32) • نتطّرق إلى الجذرين التربيعيين لعدد مركّب.

(33) • تُقدّم المساعدة المناسبة للتلميذ لحل هذا النوع من المعادلات.

(34) • يُرمز $e^{i\alpha}$ للعدد المركّب $\cos\alpha + i\sin\alpha$.

(35) • نُميّز دائرة مركزها النقطة Ω ذات اللاحقة z_0 أو نصف مستقيم مبدؤه Ω بعلاقة من الشكل $z = z_0 + ke^{i\theta}$، k ثابت موجب و θ يمسح □ عندما يتعلق الأمر بالدائرة أو θ ثابت و k يمسح □$^+$ عندما يتعلق الأمر بنصف المستقيم.

• يُدرج تفسير طويلة وعمدة العددين $z_A - z_B$ و $\dfrac{z_A - z_B}{z_C - z_D}$ واستعمالها في حل مسائل هندسية.

• نُبرهن الدساتير المتعلقة لطويلة وعمدة جُداء أو حاصل قسمة عددين مركّبين غير معدومين، نبيّن عندئذٍ أهمية ترميز أولير. (نستعمل ترميز أولير لإيجاد دساتير التحويل المدروسة سابقا في حساب المثلثات).

التحـويـلات النـقـطـيـة:

(36) • نُبرز الكتابة المختصرة $z' - z_0 = k\left(z - z_0\right)$ لكل من التحاكي والدوران.

(37) • تُعالج مسائل هندسية يتم فيها برهان خواص هذه التحويلات كحفظ الاستقامية، التوازي، المُرَجَّح، ...؛ التأثير على الأطوال وعلى المساحات؛ ... يمكن في هذه الفقرة الاعتماد على تمييز الدائرة وتمييز نصف المستقيم المشار إليهما أعلاه.

(38) • نُعرّف التشابه المباشر كتحويل نقطي يحافظ على نسب المسافات ويحافظ كذلك على الزوايا الموجّهة.

• في حالة التي تكون فيها نسبة التشابه المباشر هي1، نقول عن التشابه المباشر إنّه تقايساً موجباً (أو إزاحة).

• نُبيّن أنّ التحويلات المدروسة سابقاً هي تشابهات مباشرة.

(39) • نقبل أنّه لا توجد تشابهات مباشرة أخرى شكلها المركّب يختلف عن $z' = az + b$ مع $a \in$ □* و $b \in$ □. (يمكن برهان هذه النتيجة

- نُبيّن أنّ التشابه المباشر (ماعدا الانسحاب) يتميّز بثلاثة عناصر: مركزه ونسبته وزاويته.
- تُعالج مسائل متنوعة ووضعيات نستعمل فيها المثلثات المتشابهة تدعيماً لمكتسبات التلاميذ في السنة الأولى.
- نُبرهن أنّ إذا كانت A ، B ، A' و B' أربع نقط مختلفة مثنى مثنى فإنّه يوجد تشابه مباشر وحيد يُحوِّل A إلى A' و B إلى B'.

(40) • تُقترح أنشطة حول تحويلات نقطية كتابتها المركّبة هي $z'=a\bar{z}+b$ وذلك في حالات خاصة وبتقديم المساعدة المناسبة.

الـدوال الأصليـة:

(41) • نُدرج الخواص المعروفة للدوال الأصلية وحسابها المستخلصة انطلاقاً من خواص المشتقات.

(42) • نثبت وحدانية الدالة الأصلية لدالة معرّفة على مجال تأخذ قيمة معيّنة من أجل قيمة معلومة من هذا المجال عندما نتعرّف على إحدى دوالها الأصلية.

الحـساب التكـامـلي:

(43) • يتم مقاربة مفهوم التكامل بحساب مساحات لأشكال هندسية معروفة (مستطيل، مثلث في وضعيات مختلفة، شبه منحرف).

- مثلا حساب مساحة الحيّز المستوي تحت المنحنى الممثل لدالة f مستمرة وموجبة على مجال $[a;b]$ أي مجموعة النقط $M(x;y)$ حيث $a \le x \le b$ و $0 \le y \le f(x)$.

ثمّ نقارن النتيجة بالعدد $G(b)-G(a)$ حيث G هي دالة أصلية للدالة f على المجال $[a;b]$.

- نأخذ f دالة مستمرة وموجبة في وضعيات أوّلية 1) ثابتة (مساحة مستطيل)

2) تآلفية (مساحة مثلث أو شبه منحرف)

- نعرّف العدد $\int_a^b f(x)dx$ بالفرق $G(b)-G(a)$ ونقرأ **"التكامل من a إلى b لـِ $f(x)$ تفاضل x"** وهو يُمثّل مساحة الحيّز المستوي المحدّد بمنحنى الدالة f

والمستقيمات التي معادلاتها $x=a$، $x=b$ و $y=0$ في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد.

(44) • نُدرج خواص التكامل في حالة f موجبة والمتعلقة:

* بعلاقة شال $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$ ونتائجها وبالخطية.

* بالمقارنة: إذا كانت $f \le g$ فإنّ $\int_a^b f(x)dx \le \int_a^b g(x)dx$.

* بالقيمة المتوسطة لدالة: $\frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx$.

* حصر القيمة المتوسطة: إذا كانت $m \le f(x) \le M$ على مجال $[a;b]$ فإنّ $m \le \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx \le M$.

• بعد التعرّف على الخواص السابقة يتم التعميم شيئاً فشيئاً من أجل:

* f سالبة حيث: $\int_a^b f(x)dx = -\int_a^b |f(x)|dx$.

* f تغيّر إشارتها.

* إشارة العدد $\int_a^b f(x)dx$ بدلالة إشارة f على المجال $[a;b]$.

(45) • تعريف الدالة الأصلية للدالة f على $[a;b]$ والتي تنعدم من أجل a على أنّها الدالة التي ترفق كل x من $[a;b]$ بالعدد $\int_a^x f(t)dt$.

(46) • حساب الحجوم: $\int_a^b \pi[f(x)]^2 dx$ نقتصر على الأمثلة البسيطة سهلة الحساب.

(47) • يتعلق الأمر بمعالجة مشكلات من الواقع أو المرتبطة به مثل العبارة التكاملية للمسافة المقطوعة على مستقيم بمعرفة السرعة اللحظية.

الهندسة في الفضاء:

(48) • نُعمّم تعريف الجُداء السُلَّمي في المستوي إلى الفضاء، نراجع بهذه المناسبة الجُداء السُلَّمي في المستوي. ونستعمل التعبير " شعاع يُعامد مستو ".

(49) • تُعالج مسائل يتطلب حلّها استعمال الجُداء السُلَّمي و/أو عبارته التحليلية.

(50) • مجموعات النقط المقصودة هنا هي تلك المعرّفة كما يلي: مجموعة النقط M حيث $\overrightarrow{AM}.\vec{u} = k$ أو بصفة عامة $\alpha MA^2 + \beta MB^2 = k$ (k عدد حقيقي).

(51) • نعني بالتمييز بالمرجح، تعريف مستقيم، قطعة مستقيم ومستو، كمجموعة مراجح نقطتين، مرفقتين بمعاملين من نفس الإشارة، 3 نقط ليست على استقامة واحدة، على الترتيب.

(52) • نُسجّل أنّه يمكن تمثيل مستقيم بمعادلتين خطيتين.

(53) • نُبرّر كيف أنّ دراسة الوضع النسبي لمستويين أو لمستقيم ومستو أو لمستقيمين يؤول إلى حل جملة معادلات خطية.

- نتطرّق إلى تقاطع ثلاثة مستويات الذي يؤدي إلى حل جملة ثلاث معادلات خطية بثلاثة مجاهيل.

المادّة: رياضيات	**المستوى: السنة الثالثة ثانوي**	**الشعبة: رياضيات**	
الفصل الأول: 12 أسبوعا	**الدوال العددية** (الاشتقاقية والاستمرارية)	**أسبوعان + ساعتين**	**16 ساعة**
	الدالتان الأسية واللوغاريتمية	**أسبوعان**	**14 ساعة**
	الدوال العددية (النهايات)	**أسبوع**	**7 ساعات**
	التزايد المقارن ودراسة الدوال	**أسبوع + 5 ساعات**	**12 ساعات**
	المـتتاليـات العدديـــة	**أسبوعان**	**14 ساعات**
	الأعداد والحساب	**أسبوع**	**7 ساعات**
	تـقـويــم ومعـالـجـة	**أسبوعان**	**14 ساعات**

الأسبوع	المحور	رقم الدرس	العنوان	ح ساعي
1	الدوال العددية (الاشتقاقية والاستمرارية)	1	تقويم تشخيصي للمكتسبات التلاميذ	**2**
		2	**الاشتقاقية والاستمرارية:** التذكير بالنتائج المحصل عليها في السنة الثانية (1) العدد المشتق والمماس تعريف استمرار دالة على مجال	**2**
		3	مبرهنة القيم المتوسطة واستعمالها في إثبات وجود حلول للمعادلة $f(x)=k$، k عدد حقيقي.	**2**
			المشتقات المتتابعة، حساب مشتق دالة مركّبة.	**1**
2		4	استعمال المشتقات لدراسة خواص دالة والمنحنى الممثل لها (اتجاه تغيّر دالة على مجال، التقريب الخطي، نقطة الانعطاف، ...).	**2**
		5	استعمال المشتقات لدراسة خواص دالة والمنحنى الممثل لها. (تابع)	**2**
		6	توظيف المشتقات لحل مشكلات. (دراسة اتجاه تغيّر دوال كثيرات حدود، ناطقة، صماء) (2)	**2**
		8	توظيف المشتقات لدراسة الدوال المثلثية: $x\mapsto \sin x$ ، $x\mapsto \cos x$، $t\mapsto a\sin(\omega t+\varphi)$ (3)	**1**
3		7	توظيف المشتقات لدراسة الدوال المثلثية: $x\mapsto \sin x$ ، $x\mapsto \cos x$، $t\mapsto a\sin(\omega t+\varphi)$ (3) (تابع)	**2**

	الدالتان الأسية واللوغاريتمية	9	**الدالة الأسية:** نشاط، تعريف وخواص الدالة $x \mapsto \exp(x)$. (4)	2
		10	دراسة الدالة الأسّية النيبرية وتوظيف خواصها في حل معادلات ومتراجحات.	2
		11	توظيف خواص دوال أسية $x \mapsto e^{kx}$.	1
4		12	توظيف خواص دوال أسية $x \mapsto e^{kx}$. **(تابع)**	1
		13	دراسة الدالة $\exp o u$.	1
		14	**الدوال اللوغاريتمية:** تعريف وخواص الدالة اللوغاريتمية النيبرية (5)	1
		15	دراسة الدالة اللوغاريتمية النيبرية وتوظيف خواصها في حل معادلات ومتراجحات.	2
		16	دراسة الدالة $\ln o u$ ، تعريف اللوغاريتم العشري. (6)	2
5		17	حل معادلات تفاضلية من الشكل: $y' = ay + b$.	2
	الدوال العددية (النهايات)	18	**النهايات:** حساب نهاية منتهية أو غير منتهية لدالة عند الحدود (المنتهية أو غير المنتهية) لمجالات مجموعة تعريف. المستقيمات المقاربة الموازية للمحورين. (7)	2
		19	حساب نهاية باستعمال المبرهنات المتعلقة بالعمليات على النهايات. (8)	2
		20	دراسة السلوك التقاربي لدالة، المستقيم المقارب المائل. (9)	1
6		21	حساب نهاية باستعمال المقارنة أو الحصر ومركب دالتين.	2
	التزايد المقارن ودراسة الدوال	22	دوال القوى والجذور النونية وتوظيف خواصهما.	1
		23	دوال القوى والجذور النونية وتوظيف خواصهما. **(تابع)**	1
		24	معرفة وتفسير النهايات: $\lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$ ؛ $\lim_{x \to -\infty} xe^x = 0$ ؛ $\lim_{x \to 0^+} x \ln x = 0$ ؛ $\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$. (10)	1
		25	تطبيقات على النهايات الأسية واللوغاريتمية	2
7		26	تطبيقات على النهايات دراسة دوال كثيرات حدود، ناطقة، صماء، دوال القوى. وحل مشكلات باستعمالها (11)	3
		27	تطبيقات على النهايات دراسة دوال أسية، اللوغاريتم، دوال القوى وحل مشكلات باستعمالها. (تابع)	4
8	المتتاليات العددية	28	توليد متتالية عددية: استعمال التمثيل البياني لتخمين سلوك ونهاية متتالية عددية. (12)	1
		29	استعمال التمثيل البياني لتخمين سلوك ونهاية متتالية عددية. (تابع)	1
		30	التذكير بالمتتالية الحسابية والمتتالية الهندسية من خلال أنشطة وتطبيقات عليها	2
		31	**الاستدلال بالتراجع:** إثبات خاصية بالتراجع.	3

9		32	**خواص المتتاليات:** دراسة سلوك ونهاية متتالية. (13)	1
		33	**خواص المتتاليات:** دراسة سلوك ونهاية متتالية. **(تابع)** (13)	2
		34	**المتتاليتان المتجاورتان:** تعريف ومفهوم متتاليتين متجاورتين. (14)	1
		35	حل مشكلات توظف فيها المتتاليات والبرهان بالتراجع.	3
10	**الأعداد والحساب.**	36	**القسمة الإقليدية في □:** قابلية القسمة □، إثبات أنّ عدداً صحيحاً يقسم عدداً صحيحاً آخراً.	1
			استعمال خواص قابلية القسمة في □.(15)	1
			استعمال خوارزمية إقليدس لتعيين القاسم المشترك الأكبر لعددين طبيعيين. (16)	2
			حل مشكلات بتوظيف خواص القاسم المشترك الأكبر. (17)	1
			الموافقات في □: معرفة واستعمال خواص الموافقات في □. (18)	2

المادّة: رياضيات	**المستوى: السنة الثالثة ثانوي**	**الشعبة: رياضيات**	
الفصل الثاني: 10 أسابيع	**الأعداد والحساب**	**أسبوعان**	**14 ساعة**
	الإحصاء والاحتمالات	**أسبوعان**	**15 ساعات**
	الأعداد المركبة والتحويلات النقطية	**3 أسابيع**	**21 ساعات**
	الدوال الأصلية	**أسبوع**	**6 ساعات**
	تقويم ومعالجة	**أسبوعان**	**14 ساعات**

الأسبوع	**المحور**	**الدرس**	**العنوان**	**ح ساعي**
1	**الأعداد والحساب.**	36	**التعداد:** نشر عدد طبيعي وفق أساس. (19)	1
		37	الانتقال من نظام أساسه α إلى نظام أساسه β.	1
		38	**الأعداد الأوّلية:** التعرّف على أوّلية عدد طبيعي.	1
		39	استعمال تحليل عدد طبيعي إلى جُداء عوامل أوّلية لتعيين مضاعفاته وقواسمه. (20)	1
		40	**المضاعف المشترك الأصغر:** استعمال تحليل عدد طبيعي إلى جُداء عوامل أوّلية لتعيين المضاعف المشترك الأصغر والقاسم المشترك الأكبر.	1
		41	استعمال العلاقة بين المضاعف المشترك الأصغر والقاسم المشترك الأكبر. (21)	2

2		42	استعمال خواص المضاعف المشترك الأصغر. (22)	1
		43	**مبرهنة بيزو:** استعمال مبرهنة بيزو. (23)	2
		44	**مبرهنة غوص:** استعمال مبرهنة غوص ونتائجها. (24)	2
		45	حل مسائل في الحساب	2
3	الإحصاء والاحتمالات	46	**الاحتمالات المتساوية على مجموعة منتهية:** إيجاد قانون احتمال لمتغيّر عشوائي. (25)	2
		47	حل مسائل في الاحتمالات توظف المتغيرات العشوائية، قانون احتمالها، التباين، الانحراف المعياري والأمل الرياضياتي. (26)	2
		48	**المبدأ الأساسي للعد:** تنظيم معطيات من أجل عدّها باستخدام المبدأ الأساسي للعدّ (المجموع والجُداء). (27)	1
		49	استخراج بعض قوانين التحليل التوفيقي (القوائم، الترتيبات، التبديلات، التوفيقات).	2
4		50	حل مسائل في العد باستعمال قوانين التحليل التوفيقي	1
		51	دستور ثنائي الحدّ.	1
		52	**الاحتمالات الشرطية:** - التعرّف على استقلال أو ارتباط حادثتين. توظيف شجرة الاحتمالات لحل مسائل في الاحتمالات الشرطية. (28)	2
		53	حل مسائل في الاحتمالات الشرطية باستعمال قوانين التحليل التوفيقي. (29)	1
		54	توظيف دستور الاحتمالات الكلية لحل مسائل في الاحتمالات تتعلق بسحب أكثر من وعاء.	2
5		55	نمذجة وضعيات بالاعتماد على التجارب المرجعية للسحب أو الإلقاء. (30)	1
	الأعداد المركبة	56	**المجموعة $\mathbb{C}$:** إجراء العمليات الحسابية على الأعداد المركّبة. (31)	1
		57	استعمال خواص مرافق عدد مركّب، حساب طويلة عدد مركّب.	1
		58	تعيين الجدرين التربيعيين لعدد مركّب. (32)	1
		59	حل في $\mathbb{C}$، معادلة من الدرجة الثانية ذات معاملات حقيقية. (33)	1
		60	حل في $\mathbb{C}$، معادلات يؤول حلها إلى حل معادلة من الدرجة الثانية ذات معاملات حقيقية.	1
		61	**الشكل المثلثي لعدد مركب غير معدوم:** حساب عمدة لعدد مركب غير معدوم.	1
6		62	الانتقال من الشكل الجبري إلى الشكل المثلثي والعكس.	1
		63	ترميز أولير: $e^{i\alpha}$ (34)	1
		64	التعبير عن خواص لأشكال هندسية باستعمال الأعداد المركّبة. (35)	1
		65	توظيف خواص الطويلة والعمدة لحل مسائل في الأعداد المركّبة وفي الهندسة.	2

الأسبوع	الميدان	الرقم	المحتوى	الحجم الساعي
		66	توظيف دستور موافر لحل مسائل في الأعداد المركّبة وفي الهندسة.	1
7	التحويلات النقطية	67	**التحويلات النقطية المألوفة:** تعيين الكتابة المركّبة للتحويلات النقطية المألوفة (الانسحاب، التحاكي، الدوران). ـ التعرّف عن تحويل انطلاقاً من الكتابة المركّبة. (36)	1
		68	حل مسائل هندسية تتطلب استعمال انسحابات، تحاكيات أو دورانات بواسطة الأعداد المركّبة (37)	1
		69	توظيف الأعداد المركّبة لبرهان خواص الانسحاب، الدوران والتحاكي.	1
		70	**التشابهات المستوية المباشرة:** التعرّف على تشابه مباشر. (38)	1
		71	التعبير عن تشابه مباشر بالأعداد المركّبة. (39)	1
		72	تركيب تشابهين مباشرين.	1
		73	تعيين التحليل القانوني لتشابه مباشر بواسطة الأعداد المركّبة.	1
8		74	توظيف التحليل القانوني لتشابه مباشر بواسطة الأعداد المركّبة.	1
		75	توظيف خواص التشابهات المباشرة لحل مسائل هندسية. (تابع)	1
		76	أنشطة حول تحويلات نقطية كتابتها المركبة هي $z' = a\bar{z} + b$. (40)	1
	الدوال الأصلية	77	تعرف الدالة الأصلية لدالة على مجال والخواص. (41)	2
		78	تعيين الدالة أصلية التي تأخذ قيمة y_0 من أجل قيمة x_0 للمتغيّر. (42)	1
		79	تعيين دالة أصلية لدالة مستمرة على مجال. تعيين دوال أصلية لدوال مألوفة.	2
		80	حل معادلات تفاضلية من الشكل: $y' = f(x)$ ، $y'' = f(x)$ حيث f دالة مألوفة.	1

المادّة: رياضيات	**المستوى: السنة الثالثة ثانوي**	**الشعبة: رياضيات**	
الفصل الثالث:	**الحساب التكاملـي**	**أسبوع ونصف**	**10 ساعات**
6 أسابيع	**الهندسة في الفضاء**	**أسبوعان ونصف**	**18 ساعة**
	تقويم ومعالجة	**أسبوعان**	**14 ساعات**

الأسبوع	المحور	رقم الدرس	العنوان	ح ساعي
1	الحساب التكاملي	80	المقاربة والتعريف. (43)	1
		81	توظيف خواص التكامل لحساب مساحة سطح معطى. (44)	2
		82	مفهوم القيمة المتوسطة لدالة على مجال وحصرها.	1
		83	استعمال التكامل بالتجزئة.	2
		84	توظيف الحساب التكاملي لحساب دوال أصلية. (45)	1
2		85	حساب حجم لمجسمات بسيطة. (46)	1
		86	توظيف الحساب التكاملي لحل مشكلات بسيطة. (47)	2
	الهندسة في الفضاء	87	**الجداء السلمي:** توظيف الجُداء السُلّمي لإثبات تعامد مستقيمين، تعامد مستويين، تعامد مستقيم ومستوٍ. (48)	2
		88	توظيف الجُداء السُلّمي لتعيين معادلة لمستوٍ. (49)	2
3		89	توظيف الجُداء السُلّمي لحساب المسافة بين نقطة ومستوٍ.	1
		90	توظيف الجُداء السُلّمي لتعيين مجموعات نقط. (50)	3
		91	**المستقيمات والمستويات في الفضاء:** استعمال التمثيلات الوسيطية أو التمييز بالمرجح لحل مسائل الاستقامية، التلاقي، انتماء 4 نقط إلى نفس المستوي. (51)	3
4		92	الانتقال من جملة معادلتين لمستقيم أو معادلة لمستوٍ إلى تمثيل وسيطي والعكس. (52)	2
		93	**الأوضاع النسبية:** تحديد الوضع النسبي لمستويين، لمستقيم ومستو، لمستقيمين. (53)	2
		94	تعيين تقاطع مستويين، مستقيم ومستو، مستقيمين. تقاطع 3 مستويات.	3