المستوى : تقني رياضي + رياضي	**حصة الدعم (4)**	تحضير بكالوريا 2016

☜ التمرين الأول :

نعتبر في Z^2 المعادلة (E) التالية : $4x-7y=3$

1) أ / عين الثنائية (x_0,y_0) حل للمعادلة (E) والتي تحقق : $x_0{}^2+7y_0=-6$

ب / استنتج كل الثنائيات (x,y) من الأعداد الصحيحة التي تحقق المعادلة (E) .

2) ليكن x , y و n أعداد طبيعية حيث : (I).............. $\begin{cases} n=4x+3 \\ n=7y+6 \end{cases}$

- عين الثنائيات (x,y) حلول الجملة (I) .

3) نعتبر الجملة : (S)................ $\begin{cases} n\equiv 3[4] \\ n\equiv 6[7] \end{cases}$ حيث $n\in N$

أ / أثبت أن n حل للجملة (S) يكافيء $n\equiv 27[28]$.

ب / ليكن k عددا طبيعيا , عين باقي قسمة 3^{2k} على 4 وباقي قسمة 6^{2k} على 7 .

ج / تحقق أن العدد 2015 حل للجملة (S) , ثم بين أن العدد $2015^{1436}-1$ يقبل القسمة على 28 .

☜التمرين الثاني :

1) في المستوي المركب المسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقط A , B , C و Dذات اللواحق $z_A=3-i$, $z_B=2-2i$, $z_C=-2i$ و $z_D=\overline{z_C}$ على الترتيب .

أ / علم النقط A , B , C و D .

ب / نضع : $K=\dfrac{z_D-z_C}{z_B-z_C}$, أكتب K على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسي .

- استنتج طبيعة المثلث BCD .

ج / عين مجموعة قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون K^n حقيقيا سالبا تماما .

2) ليكن S التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' بحيث :

$$z'=(1-i)z+2i$$

أ / بين أن التحويل S هو تشابه مباشر يطلب تعيين نسبته k وزاويته θ ومركزه Ω .

ب / تحقق أن : $S(A)=B$ و $S(B)=C$. ماهو التحويل الذي يحول A إلى C ومركزه Ω ؟

ج / لتكن ω لاحقة Ω . تحقق أن : $z'-z=i(\omega-z)$, ثم استنتج طبيعة المثلث $\Omega MM'$.

3) نضع : $A_0 = A$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $A_{n+1} = S(A_n)$ ونرمز ب z_n إلى لاحقة النقطة A_n ونعتبر المتتالية (u_n) المعرفة ب $u_n = \Omega A_n$.

أ / بين أن (u_n) متتالية هندسية يطلب تعيين حدها الأول وأساسها .

ب / أحسب بدلالة n المجموع L_n حيث : $L_n = |z_0 - \omega| + |z_1 - \omega| + ... + |z_n - \omega|$

التمرين الثالث :

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ وليكن المستويان (p_1) و (p_2) المستويين اللذين معادلة ديكارتية لكل منهما هي :

$$(p_2) : x - 2y + 4z - 9 = 0 \quad , \quad (p_1) : -2x + y + z - 6 = 0$$

1) بين أن (p_1) و (p_2) متعامدان .

2) نرمز ب (D) إلى مستقيم تقاطع المستويين (p_1) و (p_2) .

- بين أن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D) هو : $\begin{cases} x = -7 + 2t \\ y = -8 + 3t \;, (t \in R) \\ z = t \end{cases}$

3) لتكن M نقطة كيفية من المستقيم (D) , ولتكن A النقطة ذات الإحداثيات $(-9, -4, -1)$

أ / تحقق أن النقطة A لاتنتمي إلى المستوي (p_1) ولا تنتمي إلى المستوي (p_2) .

ب / بين أن : $AM^2 = 14t^2 - 14t + 21$

ج / لتكن f الدالة العددية المعرفة على R كما يلي : $f(t) = 2t^2 - 2t + 3$

- أدرس تغيرات الدالة f .
- من أجل أي نقطة M تكون المسافة AM أصغرية ؟ ولتكن I هاته النقطة في حالة وجودها .

4) ليكن (Q) المستوي العمودي على (D) والمار من النقطة A .

أ / عين معادلة ديكارتية للمستوي (Q) .

ب / برهن أن النقطة I هي المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (D) .

بالتوفيق والنجاح في بكالوريا 2016