متقن سرار عبد الحميد

المستوى : تقني رياضي + رياضي	حصة الدعم (3)	تحضير بكالوريا 2016

التمرين الأول :

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$

نعتبر النقط $A\left(1,0,0\right)$, $B\left(0,2,0\right)$, $C\left(0,0,2\right)$, $\Omega\left(\frac{1}{2},1,1\right)$.

1) عين معادلة ديكارتية للمستوي $\left(ABC\right)$.

2) w المسقط العمودي للنقطة Ω على المستوي $\left(ABC\right)$, أوجد تمثيلا وسيطيا للمستقيم $\left(w\Omega\right)$.

3) حدد إحداثيات النقطة w .

4) α عدد حقيقي موجب تماما , $\left(S_\alpha\right)$ سطح كرة مركزها Ω وطول نصف قطرها α .

- أوجد قيمة α في الحالتين :

أ / المستوي $\left(ABC\right)$ يمس السطح $\left(S_\alpha\right)$.

ب / المستوي $\left(ABC\right)$ يقطع السطح $\left(S_\alpha\right)$ وفق دائرة نصف قطرها 1 .

التمرين الثاني :

ينسب المستوي إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$ نعتبر النقط A , B و C والتي لواحقها على الترتيب

$z_A=2e^{i\frac{\pi}{6}}$, $z_B=-\overline{z_A}$ و $z_C=-\left(z_A+z_B\right)$ (يرمز ب $\overline{z_A}$ إلى مرافق z_A) .

1) أ / أكتب كلا من العددين z_B و z_C على الشكل الأسي .

ب / استنتج أن النقط A , B و C تنتمي إلى دائرة $\left(\gamma\right)$ يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها .

ج / أنشيء الدائرة $\left(\gamma\right)$ والنقط A , B و C .

2) أ / تحقق أن : $\frac{z_B-z_C}{z_B-z_A}=e^{-i\frac{\pi}{3}}$

ب / استنتج أن المثلث ABC متقايس الأضلاع وأن النقطة O مركز ثقل هذا المثلث .

ج / عين ثم أنشيء $\left(E\right)$ مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث : $|z|=\left|z-\sqrt{3}-i\right|$.

3) أ / عين زاوية للدوران r الذي مركزه O ويحول C إلى A .

ب / أثبت أن صورة $\left(E\right)$ بالدوران r هي محور القطعة $\left[OB\right]$.

التمرين الثالث :

α عدد حقيقي من المجال $[0,\pi]$, z عدد مركب و $f(z)$ كثير حدود معرف ب :

$$f(z)=z^3-(1-2\sin\alpha)z^2+(1-2\sin\alpha)z-1$$

1) أ / تحقق أن العدد 1 هو جذر لكثير الحدود $f(z)$.

ب / عين العددين الحقيقيين a و b بحيث : $f(z)=(z-1)(z^2+az+b)$

ج / حل في C المعادلة : $f(z)=0$

2) المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$, ولتكن النقط A , B و C لواحقها z_1 , z_2 و z_3 على الترتيب حيث : $z_1=1$, $z_2=-\sin\alpha+i\cos\alpha$ و $z_3=-\sin\alpha-i\cos\alpha$

أ / أكتب على الشكل الأسي كلا من z_1 , z_2 و z_3 .

ب / حدد طبيعة المثلث ABC , ثم عين قيمة α حتى يكون قائم في A .

ج / عين إحداثيات G مركز ثقل المثلث ABC .

د / عين مجموعة النقط M من المستوي والتي تحقق : $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|3\overrightarrow{MO}\right\|$

التمرين الرابع :

ينسب المستوي إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$, (C) الدائرة ذات المركز O ونصف القطر 1 .

نعتبر النقطة A من (C) ذات اللاحقة $z_A=e^{i\frac{\pi}{3}}$ وليكن الدوران r الذي مركزه O وزاويته $\frac{2\pi}{3}$.

1) أ / عين لاحقة النقطة B صورة النقطة A بالدوران r .

ب / عين لاحقة النقطة C صورة النقطة B بالدوران r .

2) أ / برر أن (C) هي الدائرة المحيطة بالمثلث ABC ثم أنشيء A , B و C .

ب / ماهي طبيعة المثلث ABC ؟

3) ليكن h التحاكي الذي مركزه O ونسبته 2 - .

أ / أنشيء النقط P , Q و R صور النقط A , B و C على الترتيب بالتحاكي h .

ب / ماهي طبيعة المثلث PQR ؟ .

4) أ / أعط الكتابة المركبة للتحاكي h .

ب / أحسب $z_A+z_B+z_C$ ثم استنتج أن A منتصف القطعة $[QR]$.

ج / ماذا يمثل المستقيم (QR) بالنسبة للدائرة (C) ؟